

暑假生活·高一语文参考答案

作业一

1. B。后文“灼手焚身”决定第一空填“逆风执炬”，“不可估量”与地位不搭配。
2. D。前后句结构对称，同时“在……中”句式提前，是对恶劣环境的一种强调。
3. B。结合材料第一段来看，主要讲述青年人在 20 世纪初期的选择和贡献，同时强调“新文化运动”“共产主义”对青年的引领。
4. (1) 风乎舞雩 (2) 以吾一日长乎尔 不吾知也 如或知尔 则何以哉 (3) 千乘之国 摄乎大国之间 因之以饥馑 且知方也
5. D。“坐对真成被花恼”是说作者面对着这美丽的花，可真被它拨乱了情怀。黄庭坚是恼独坐对花，欣赏太久，感到寂寞难受。“全诗感叹韶华易逝、美景难再的感伤和烦恼之情”分析有误，从诗歌标题中“欣然会心”和整首诗的描写、抒情可看出并非感叹韶华易逝、美景难再。
6. C。“直接导致老柳生病”错。

作业二

1. ①只有空气新鲜 ②它们对环境的变化更为敏感 ③一旦周围环境被污染
2. 正是因为松萝对空气的要求极高，对大气污染十分敏感，所以不少科学家十分认可其出众的实用价值，潜心研究这些不怎么引人注目的地衣植物。
3. (1) 端章甫 愿为小相焉 (2) 为国以礼 其言不让 (3) 浴乎沂 风乎舞雩 咏而归
4. A。“然后深夜叩击宫门，再议抗战事，进献平敌计”错误，上片前二句词人设醮祈福消灾，企盼着夜深还叩击宫门，再议抗战事，共进平戎计。但这只是一种“企盼”，并非实际发生的事情。
5. ①上片写想象在半夜时分，词人拿着关于战事的奏章，紧急呈送到朝廷，表达了词人对前方战事的关切以及对收复失地的企盼之情；②想象自己身穿祭服，在他人的引导下进宫拜见君主，表达了词人急于陈述见解的迫切之情；③下片末二句写为官一任需与民同乐，表达了关心人民的情怀；祈祷江山社稷永远太平，表达了对国家前途命运的担忧与关注之情。
6. C。“是为了赞扬他们面对生活磨难时的沉静和坚毅”错。由“他也许是特别喜欢吃鱼，也许是惦记着母亲特别喜欢吃鱼，也许不过是要用这种方式来积攒自己的学费。谁知道呢”可知，作者并不确定少年是否处在人生磨难中。

7. ①多用比喻修辞手法，富于表现力，“优雅的贵妇”“大白裙子”“玉雕”“银箭”“数十道白光”等多个喻体，都运用得非常形象贴切。②动静相映，给人深刻印象。先充分描写白鹭的静，“稳稳地”“纹丝不动”，再突出刻画白鹭的动，“跃出”“绽放和飞掠”，动静前后对比，形象十分鲜明。

8. ①文中的思想内核是作者对于世界、自然和生命的哲学思考，文体形式却是一篇意境幽远、文采斐然的散文，这种将哲学散文化的写法既有深刻的思想性，又有浓厚的文学色彩。②文中记述的是作者下湖游泳这样寻常的生活情景，呈现出来的是一篇优美耐读的文学作品，作品将生活常态文学化，使读者既能感受到生活的情趣，又得到了文学的熏陶。

作业三

1. C。语境辅助判断，“难民”“饿殍”与“奄奄一息”搭配得当。“裹足不前”强调由于个人恐惧、害怕等原因停步不前，不合语境。

2. C。前半句涉及语序问题，应是“拖着……脚步”“来到”，后半句牵扯多重定语的顺序排列知识。

3. (1)以吾一日长乎尔 毋吾以也 (2)夫子哂之 (3)夫子喟然叹曰 吾与点也
(4)为国以礼 其言不让

4. C。“劝慰沈学士一醉方休，借以解乡愁”错误。不是劝慰沈学士借酒消乡愁，而是此情此景触动了作为“客”的自己的乡思之情。注解②已提示杜牧家在长安杜陵。

5. C。“职业自卑感”错，老魏相信自己的力气，充满自豪感。

6. D。“吃水方式进行对比，传达出对新时代、新生活的赞美”错。本文表现了老魏对水井的敬重心理和对生活的认真态度，写吃水方式的不同，只是借以流露出对旧日某些美好东西逝去的惆怅。

作业四

1. B。“这一现象”承接指代前文“使用电子烟可能让人更容易使用卷烟”，“在青少年中”修饰限定“尤为明显”。

2. ①电子烟气溶胶中含有有害物质 ②将对人类健康造成威胁 ③调味剂的不合理使用。

3. (1)老吾老 以及人之老 幼吾幼 以及人之幼 (2)必使仰足以事父母 俯足以畜妻子 乐岁终身饱 凶年免于死亡 (3)老者衣帛食肉 黎民不饥不寒

4. C。“以文翁来反衬李使君”错误。并非反衬，而是以文翁来比李使君。

5. 运用了想象、夸张的手法来写景。作者没有实写眼前送别之地的景物，而是想象

李使君赴任之地的自然风光：万壑千山，到处是参天的大树，到处是杜鹃的啼声。

6. D。“被打动的理由是‘我’受到了老沈精神的感染，从中得到了人生启示”错，原文表述为“当然它打动我的一半理由在于画外”，即“我”受到《斗寒图》感染的一半原因是画本身，一半是画所呈现的老沈刚直不屈的精神。

7. A。“丰富了老沈艺术者的形象”错，小说开头“在那个风云多变的时代，老沈的处境并不稳”暗示了故事发生的时代背景，为后文不畏艰难执着追求艺术的老沈出场做了铺垫，而不是丰富老沈艺术者的形象。

8. ①推进情节：“我”是事件的参与者，随着“我”的所见所闻，情节得以进一步发展。②讲述故事：小说故事由“我”来讲述，叙述内容更真实可信。③衬托人物：从“我”的视角叙述，能更真实地为读者呈现出一个傲岸不屈的老沈，使执着艺术追求的老沈形象更加真实丰满。④突出主题：从“我”的视角叙述，写在那个风云变化的时代里艺术工作者对艺术追求的坚守，凸显了对文艺工作者美好品格赞美的主题。

9. 人情美：人与人之间的关心支持、鼓励安慰。如文中因为担忧老沈，“我”饭也没吃，去他家看他；“我”与潘大年对老沈画作的肯定、范瑛对老沈安危的关心等。人性美：①善良真诚。文中“我”、潘大年和范瑛担忧、关心、保护老沈，体现了人性美。②宁直不屈。面对歪曲评价、恶意中伤，老沈没有屈服，而是激情奔涌、挥毫泼墨，作《斗寒图》。③执着追求。老沈坚持自己的画找不出什么毛病，表现出他对艺术创作的不改初心、执着追求。

作业五

1. B。“气吞山河”形容气魄很大，与语境不符。“昏头昏脑”主要强调神志不清，而需与前文“觉醒”搭配只能是“昏昏欲睡”。“光彩照人”主要指外在形象，而且一般指女子，而文中强调这些文学界明星的主要是作品价值和人格魅力。

2. A。“记忆”是此语段的核心话题，注意“无论……都”的结构，“疯长”与种子的萌发都依赖于“土壤”。

3. ①文中把新文化运动的发源地北京比作具有巨大吸力的磁石，将追逐新时代思潮的青年紧紧吸引。②比喻形象生动，强化了新文化运动发轫地的北京对青年具有强大的向心力。

4. (1)谨庠序之教 申之以孝悌之义 (2)颁白者不负戴于道路矣 (3)焉有仁人在位 罔民而可为也

5. B。“奠定了悲壮豪迈的基调”错，“白日半西山”四句景物描写悲凉，营造了凄凉悲伤的氛围，不能表现悲壮豪迈的感情。

6. 开篇表达了从军讨伐时的壮志豪情；中间情绪低落，转为征人思乡的愁悲之情；

结尾抒写报国捐躯的慷慨豪迈之情。

7. C。“交代了老骍获金奖的真正原因”错误。从“意味深长”一词和下文“新任的住建局长老顾，……据说还是老骍的得力助手”看，老骍此次获金奖应该有被照顾的成分。

8. C。“和老骍的格局对比，两人境界高下立判”错误。从上文“老金着急得抓耳挠腮，替好友老骍惋惜”和下文“伸出大拇指，真心为这位好友点赞”来看，老金性格率真，真心为朋友着想。

9. ①书法造诣深厚。他在书法作品整体和局部均高超地运用留白手法，让业内人士大为赞赏。②为人低调谦虚。首次参赛用艺名；获金奖仍观摩其他作品；作品登峰造极仍想和业内人士加强交流。③内心坦诚无私。新任分管国土工作副市长是亲戚，担心这会影响比赛的公平公正而退赛。

作业六

1. B。“只要……就”关联词搭配。

2. ①其中高血压是最常见的一种 ②病情就会进一步恶化 ③它本身只是一种慢性疾病。

3. (1)臣之所好者道也 进乎技矣 (2)方今之时 臣以神遇而不以目视 官知止而神欲行 (3)怵然为戒 视为止 行为迟 动刀甚微 (4)提刀而立 为之四顾 为之踌躇满志 善刀而藏之

4. C。“……江浪翻滚怒吼令江边白发诗人惊惶不定”错误。“白头浪”与“青布旗”相对，“白头浪”即白色的江涛(浪涛)，并非“白发诗人”。

5. ①人们见了韩信都宽慰说，尽管目前穷困潦倒，但最终未必人生困顿。②尾联用典，表达了诗人对未来充满希望与信心的乐观情怀。

6. C。(A.“但要不要满足孩子们的要求令他很为难，于是他只能先离开了”错误。胡老师的离开并不是在纠结“要不要满足孩子们的要求”，而是在想办法满足孩子们的愿望。B.“强调了孩子们对胡杨树的同情，使后文写移植显得合情合理”错误。文章并未表达“孩子们对胡杨树的同情”，反复用“孤独”来形容胡杨树，是为了突出胡杨树即使孤单，也会释放出具有感召力的美。D.“全矿的人都来看热闹”“这反映出矿区生活单调乏味”错误。全矿的人都来看栽树，因为不仅是孩子，成年人同样需要一棵树，这是人们对崇高精神的共同追求。)

7. D。“小说用成人视角叙述故事”错误，小说用儿童的视角叙述故事。

8. ①老师布置《树》的作文，我们没有素材，心有抗拒。②通过和父母沟通，了解父母记忆中的树，我们心中有所触动。③提出要移植胡杨树，我们心中充满渴望和期待。④胡杨树被移植到校园里，我们充满欢喜。

作业七

1. A。括号里“火星环绕、着陆和巡视探测”是解释“绕、落、巡”的，因此括号以及括号里的内容应放在引号外。

2. B。“难在哪里？踩早了，速度降得过低，就会撞上火星；踩晚了，就不能被火星引力捕获，因而溜掉”是设问；“如何判断探测器是否降至目标速度，如何监测发动机推力的大小和方向，如何自主更新刹车参数”是排比；“被火星引力捕获”是比拟。

3. “天问一号”的名称源于屈原长诗《天问》，表达了中华民族对真理追求的坚韧与执着，因此用天问来命名火星探测系列的飞行器。

4. (1) 呜呼 灭六国者六国也 非秦也 族秦者秦也 非天下也 (2) 秦人不暇自哀 而后人哀之 后人哀之而不鉴之 亦使后人而复哀后人也 (3) 后人哀之而不鉴之 亦使后人而复哀后人也

5. C。“未直接写杏花”错，“吹作雪”是正面描写，运用比喻修辞直接写杏花。

6. ①第一首诗借景抒情，描绘出春日钟山美丽幽静的景象，渲染寂静幽旷的氛围，表达诗人高雅的情趣(对钟山美景的喜欢、超脱的情怀、闲适的心境、悠然心境中有一丝淡淡的寂寞之情)。②第二首诗借物抒情(托物言志)，借助杏花的美丽高洁，表达内心刚强耿介的个性(孤芳自赏的人生追求、恬淡的审美情趣、高洁的品性、不随波逐流的政治立场与人格操守)。

7. B。(“常”修饰“谓”，状中关系不能断开，排除 CD；“常谓之国老而不名”表意完整，“仁杰好面引廷争”表意和结构都完整，其后断开，“仁杰”作下一句的主语，其前断开，排除 A。)

8. C。“值班”错误，宿直，是夜间值班的意思。

9. C。“于是皇帝就免了他们二人的死罪”错误。根据原文，狄仁杰上奏说二人罪不该死，皇帝生气，然后狄仁杰又以汉文帝和张释之的典故劝说皇帝，而且文中说“上怒稍解”，没有提及皇帝才免其死。

10. (1) 如果一定要曲意宽赦王本立，那就请先将我流放到荒无人烟的边远地带，给忠贞的人作为将来的警戒。(2) 当时朝廷正在惩治越王李贞的党羽，按照法令应当被判罪的有六七百家，登记没收家产入官府充当奴婢的有五千人，司刑寺督促豫州方面执行判决。

11. ①不徇私枉法，为了维护公理，敢于犯上直谏。②忠于职守，爱惜百姓。③为国举贤，不存私心。

作业八

1. ①也受自然规律的制约 ②温暖期气候较稳定 ③每当疫灾发生时

2. 第一自然段：疫灾的发生，既受社会规律的制约，也受自然规律的制约。第三自然段：疫灾的应对，既是政府的行为，又是民间的行为。

3. (1)覆压三百余里 隔离天日 (2)歌台暖响 春光融融 舞殿冷袖 风雨凄凄
(3)明星荧荧 开妆镜也 (4)六王毕 四海一 蜀山兀 阿房出

4. D。“‘锁’和‘躲’都运用拟人手法”错误。用“躲”来写梅和春天，符合拟人手法的特征；而“锁”字不具有人格化特点，用来写园林和梅，可以认为是拟物手法中把一物(园林)拟作另一物(锁具)。

5. 相同点：两词都借咏梅表达了坚守节操、不与世俗同流合污的高洁情怀。不同点：①宋词写梅在深山古涧独自绽放，只有明月相伴，更强调远离世俗、孤高自守；②陆词写梅即便落入泥中化为尘土，其芳香如故，更强调对节操信守如一、生死不渝。

6. C。“不可”是“固执以为”的宾语，中间不能断开，排除 AB；“上怒”是主谓句，中间不能断开，排除 D。

7. C。“按照帝王出生的时间来纪年”表述错误，正确表述：一般古时帝王登基则取新年号，按照帝王即位的年次来纪年。值得注意的是帝王并不都是只有一个年号，在位中途也有改年号的现象。

8. A。(B.“他的意见始终不被唐太宗采纳”错，原文“上悦，乃不点中男”，说明唐太宗采纳了他的意见。C. 曲解文意，“他们虽然取得了天下，但都不得人心”，错误理解了“得天下虽同，人心则异”。“人心则异”意思是人心向背不同。D. 曲解文意。文中本意是宴会上演奏歌颂唐太宗的音乐，太宗谦逊地说功业已成，但不能忘本。封德彝说：“陛下以神武平海内，岂文德之足比。”太宗认为他的话说过了头，封德彝叩头谢罪。)

9. (1)周朝取得天下后，注重加强道德仁义的修为，秦朝取得天下后却更加崇尚诡诈和暴力，这正是周朝长久秦朝短促不同的原因。(增，增加，加强；修，修为；此修短之所以殊也，判断句；所以，……的原因。)(2)假如君主刚愎自用，那么他的臣子就会阿谀奉承，屈从旨意，君主失去了国家，臣子怎么能独自保全？(苟，假如，假使；岂，助词，表示反诘，可译为“怎么”；全，保全。)

10. 启示：(1)要时常反省自己，检讨自己的过错和不足；(2)要以人为镜，取人之所长；(3)要虚心听取别人的批评意见，闻过必改。

作业九

1. A。(根据前句“所怀之古，也无非是先世的圣人和贤者”可知，此处应该先说“心里空荡得没有可怀之人”，连贯性更强，所以，应把“心里空荡得没有可怀之人”排在最前面，这样就删除 C、D 项；再根据后句“再沉淀一些，心中的意念萦绕于无生无死，无喜无悲；时间在这里奇妙地失去了指针”可知此句是说此时心中的感觉是微茫的，这就与

“只有无限的微茫”句衔接紧密，所以“只有亘古的空旷”应排在“只有无限的微茫”之前，这样就排除 B 项)

2. D。(A.“度若飞”运用夸张修辞手法，表现出战事紧急，跃马飞奔速度之快。B.“人似月”“凝霜雪”运用比喻修辞手法，把自己的妻子的面色比喻成皎月，把手腕肤色比喻成霜雪。C.“钟鼓馔玉”代指“豪华的生活”，运用了借代的修辞手法。D.“紫艳”借代菊花，“渚莲愁”运用拟人手法。)

3. 原文好。(1)原文用被动句式写出了一幢幢高楼直入天际、挤压天空的动态感，而改句比较直白。(2)原文“憋屈”一词运用移情(拟人)手法，写出了群楼环绕中人的心理感受，与下文衔接更自然，改句没有情感的融入。(3)原文“碎片”的表述突显了完整形象的割裂之态，比改句更具画面感。(两点即可)

4. (1)一人之心 千万人之心也 秦爱纷奢 人亦念其家 (2)奈何取之尽锱铢 用之如泥沙 (3)灭六国者六国也 非秦也 族秦者秦也 非天下也

5. A。“与友人难分难舍之情”分析有误，诗歌中没有表现与友人的难分难舍之情，而是对友人的牵挂与担忧。

6. ①虚实结合。“黄牛峡静滩声转”句属虚写，写诗人想象韩十四坐船过黄牛峡的情景；“白马江寒树影稀”句属实写，写诗人在江边送别韩十四的情景。②听觉与视觉相结合。“黄牛峡静滩声转”句诗人从听觉角度形象描绘韩十四一路辗转旅途艰险的情形；“白马江寒树影稀”则从视觉角度描绘了当时的离别之景。③动静结合(或以静衬动)。前后两句一动一静，滩声汨汨，秋意深浓，表现出对友人行程艰难的忧虑。(或“黄牛峡静滩声转”句以峡岸的静衬托江水的汹涌，表现了对友人行程艰难的忧虑)。

7. C。(本题中，“私”作状语，修饰“市”，所以在“私”前面断开，排除 A、D；“识”主语是“帝”，所以在“帝”前面断开，排除 B。)

8. B。“领都有授予官职之意”错误。领是兼任的意思，不是授予官职。

9. C。“当朝廷政事出现状况时，皇帝召宰相来商议”错误，原文“而政有状，召宰相语”的意思是“而且从政有成绩，召宰相来说起此事”。

10. (1)这就像那给人看的是玉却卖石头的人一样，前去必然被活捉，怎能铲除叛贼？(“见”，被；“禽”，通“擒”，捉住、捕捉；“攘”，铲除、清除；“贼之攘”，宾语前置，“之”为提宾标志。)(2)陛下立即杀了他也就罢了，如果交付给有关部门的官吏，必须详细地审判定罪才可以。(“遽”，立即；“委”，交付、委托；“有司”，有关部门的官吏。)

11. 因为柳浑认为挑选京畿属邑的县令只是京兆尹的职责，皇帝的职责是选择大臣来辅佐圣德，皇帝代替京兆尹挑选这些县令是不合适的。

作业十

1. ①那么什么是三手烟呢 ②儿童最容易受到伤害 ③猝死的风险会明显降低

2. ①一手烟、二手烟的定义及其危害。②三手烟的定义及其危害。③儿童是三手烟的最大受害者。

3. (1)非兵不利 战不善 弊在赂秦 暴霜露 斩荆棘 与嬴而不助五国也 至丹以荆卿为计 始速祸焉 下而从六国破亡之故事 是又在六国下也 (2)族秦者秦也,非天下也 为国者无使为积威之所劫哉 (3)则必有我师 犹抱薪救火 薪不尽 火不灭

4. C。“听觉和视觉”错,颈联前句通过听觉,写日近黄昏,阴云向山后散去,小雨已停,檐前再无滴水之声,表现出环境的安宁幽静;后句则通过触觉,写微风从小溪对面吹来,温润宜人,满座都显得十分清凉。

5. 范例一:讲究技法角度。运用了拟人的手法,高树厚厚的树荫不畏烈日骄阳,欺凌傲视,赋予其人的行为和情态,写出了树荫之大,严严实实遮蔽住阳光的样子;夏日傍晚的花可以和春景匹敌不落下风,将晚花人格化,写出了花之幽艳,景色之绚美。

范例二:用字工稳角度(即炼字)。树荫欺压烈日,晚花胜过春花。一个“欺”字,一个“敌”字,前者写出树荫铺天盖地的厚实且大,后者写出晚花的幽艳之美无出其右,突出了夏天花木的繁盛清幽,也写出了傍晚景色的生机与美丽。

6. B。(“行在”为一个词,意思是“旧时帝王巡幸所居之地”,中间不能断开,排除AC两项;“会缙请削己刑部侍郎以赎兄罪”中“缙”为人名,作主语,其谓语为“请”,后文“削己刑部侍郎以赎兄罪”为“请”的内容,作宾语,故不能断开,排除D项。)

7. D。(D.“一般家住右边,故称豪右”错,豪右,封建社会的富豪家族、世家大户。原是西汉时期出现的占有大量田产的豪族。他们因占有大量的田产,在乡里横行霸道,虽屡遭压制而不禁。东汉建立时,豪右势力纷纷拥众起兵,帮助刘秀建立并稳固了政权。所以,东汉建立后豪右势力进一步扩张,发展成为东汉时的豪强地主,并成为此后门阀士族的雏形。汉以右为上,故称豪右。)

8. C。“到晚年不穿有花纹的衣服”错,有花纹的衣服,与文中的“文彩”并不一致,依据原文,“文彩”应该是“华丽的衣服”。妻去世后三十年不再娶,原文理解有误;应该是妻去世后就不再娶,三十年独居一室。

9. (1)王维和弟弟王缙都有俊才,在博学多艺上也齐名。兄弟友好,为士人们推崇。(闺门,代指家庭;友悌,友好;推,推崇。)(2)在京师时每天给十几位僧人施斋饭,把玄谈当作乐趣。斋中没有别的,只有茶铛、药臼、经案、绳床罢了。(日,名词作状语,每天;饭,名作动,给……饭吃,施斋饭;唯,只有;而已,罢了。)

10. 文段二总结了王维诗歌特色:清妙空灵,真实自然,超凡脱俗。他认为一方面跟个人才华有关,另一方面与王维在人世浮沉中能超脱有关。

作业十一

1. D. 第一空处,另辟蹊径:另外开辟一条路。比喻另创一种风格或方法。自成风

格：某方面有独特的地方，能自成一种风格。根据前文“中国书画艺术”及语段末尾“中国的书画能形成富有深厚民族艺术特色的面貌”可知，此处指的是在宣纸的辅助下，中国书画艺术自成一种风格，所以“自成风格”更合语境，且与下文“独领风骚”呼应。第二空处，平等：(1)指人们在社会、政治、经济、法律等方面享有相等待遇。(2)泛指地位相等。一体：一个整体，比喻关系密切。根据前文强调“宣纸与中国书画艺术的相互依存关系”，选择“一体”更合语境。第三空处，风化：是在大气条件下，岩石的物理性状和化学成分发生变化。老化：指高分子材料在加工、贮存和使用过程中，由于受内外因素的综合作用，性能逐渐变坏，以致丧失使用价值。根据前句中的“两百年后”可知，这里是指性能逐渐变坏，应该用词语“老化”。第四空处，善莫大焉：意思是没有比这更好的了。功不可没：意思是功劳极大，不可抹灭。语段强调的是“宣纸对中国书画的巨大意义”，选“功不可没”更合适。

2. B。(文中画波浪线的句子使用了“拟人”的修辞手法，把宣纸当成人来写。A. 比喻，将“宫车经过的动静”比喻成“打雷的声音”。B. 拟人，水“送”我，赋予水人的动作。C. 用典，“闻笛赋”典出晋人向秀《思旧赋》。晋人向秀经过亡友嵇康、吕安旧居，听见邻人吹笛，因而写了《思旧赋》。D. 借代。“檣櫓”代指“战船”。)

3. 这个句子共有两处错误，第一，“完全”和“绝配”重复，“绝配”含有“完全”的意思，应删去“完全”；第二，结构混乱，“由……”和“有……可以”两个句子杂糅，把“由”改为“有”或删去“可以”。

4. (1)灭六国者六国也 族秦者秦也 弊在赂秦 (2)则吾恐秦人食之不得下咽也 金戈铁马 气吞万里如虎 (3)以赂秦之地封天下之谋臣 以事秦之心礼天下之奇才 (4)至丹以荆卿为计 始速祸焉

5. D。“诗人的心情也随之变得惆怅、沉重起来”错误，尾联两句写诗人听完蜀僧弹琴，举目四望，不知从什么时候开始，青山已罩上一层暮色，灰暗的秋云重重叠叠，布满天空。这是以感觉时间过得快来表现听者沉浸于琴声达到入神的状态，衬托出弹琴者技艺高超。

6. ①比喻。以大自然的万壑松比喻琴声之清越宏远；把乐声比喻成流水，听了蜀僧的琴声，自己的心好像被流水洗过一般畅快、愉悦。②侧面描写。通过描写诗人听琴时的感受，衬托琴师技艺的高超、音乐的魅力。③用典。运用“高山流水”的典故，表现蜀僧和自己通过音乐的媒介所建立的知己之感。“余响入霜钟”也是用典，写琴音与钟声交响，兼寓知音之意。

7. B 8. C 9. D

10. (1)我听说人君掌握了必胜的方法，所以能兼并广大的土地，实行统一的制度，从而威震天下。(2)土地广阔而人口少的，就要控制它的枢纽要害；城市狭小而人口稠密

的，就构筑土山攻城。

11. 实行统一的制度，对军队要求提高，善用人；必须详细研究敌我形势的变化，以计划军队的行动；有明智的攻击选择，如选择将军轻浮、军心动摇、国家不稳的。

作业十二

1. 但相比较而言(但与精神财富相比)；才能实现真正的幸福(“同时也能实现自身幸福”等均可)；只有这样(“只有守住底线”“只有操守坚正”“惟其如此”等均可)

2. (1)求幸福不只在物质享受(不能只追求物质财富而忽略精神快乐) (2)求幸福不要自私自利 (3)求幸福不要丧失操守(见利忘义)

3. (1)弊在赂秦 后人哀之而不鉴之 亦使后人而复哀后人也 (2)苟以天下之大下而从六国破亡之故事 是又在六国下也 (3)洎牧以谗诛 邯郸为郡 惜其用武而不终也

4. D。“也映射着烛光纵横飞溅”理解错误。陆游诗中的“烛光相射飞纵横”指的是烛光与墨色相互映射，诗人下笔纵横飞舞，气势磅礴，并非墨汁“映射着烛光纵横飞溅”。

5. ①第一个“酒”出现在作书之前，诗人把它比喻成战场上的旗鼓，起到酝酿情绪、积蓄气势的作用；②第二个“酒”则用来表现创作完成之后诗人的心理状态，他“如见万里烟尘清”，似乎赢得了一场战役的胜利，心满意足、踌躇满志。

6. C 7. B 8. D

9. (1)见到盖公后，盖公对曹参说，治理国家的办法贵在清静无为，让百姓们自行安定。以此类推，详细而具体地讲述了这方面的道理。(2)曹参接替萧何为相，遵守萧何制定的法度而不改变。曹参施行他那清静无为的做法，百姓因而安宁不乱。

10. ①参加了推翻秦王朝的战争；②参加了平定三秦、扫荡诸侯、击败项羽的战争；③参加了平定魏国之乱、活捉魏王的战争。

作业十三

1. D。(A项，引号表示特殊含义；B项，引号表示引用；C项，引号表示反语、讽刺；D项，引号与文中的引号都表示特定称谓。)

2. A。(“村庄恰似莲藕一样伸展……犹如一张巨大的荷叶”等使用了比喻的修辞手法，本体是“村庄”，喻体是“莲藕”“荷叶”。“没有桥就捆住了双脚，有了桥就像插上了翅膀”使用了对比的修辞手法，将没有桥和有了桥作对比。“它模糊了此岸与彼岸，弥合了楚河汉界，改变了世界的结构，扩大了生存空间”，这是三个相同的句式，故该句使用了排比的修辞手法。“那个依偎在梓辛河中段叫作‘大元’的村庄”等使用了拟人的修辞手法，句中“依偎”一词赋予了大元村以人的特点。原文中没有使用夸张和顶真的修辞手

法。)

3. ①原文用词更加形象，更有感染力。“胞衣之地”比“故乡”更能表达与故乡的血脉相连，难以割舍之情；“依偎”使用拟人手法，把村庄当作人来写，更加生动形象。②原文将“绿树覆盖，碧水环绕，素朴中透着清新”放在句末，更突出了故乡的特点；把三个写故乡特点的句子放在一起，句式上更加协调。③原文点出故乡的名字，有突出强调的作用，更能表达作者对故乡的深切怀念。④原文长短句相间，更有韵律感和节奏感。

4. (1)竭诚则胡越为一体 傲物则骨肉为行路 (2)夫在殷忧 必竭诚以待下 既得志 则纵情以傲物 (3)源不深而望流之远 根不固而求木之长 德不厚而思国之理 (4)思国之安者 必积其德义

5. B。“赶紧回去照看好家里的鸭和鹅”理解有误，应该是“要看好饲养的鹅与雏鸭，提防它们来捣乱”。

6. ①美景让其轻松：环境优美，草长鸟飞，水田潋潋；②穿戴显其轻松：农民夫妇白裙绿衣，穿戴与景色相谐。③唱和表露其轻松愉快：他们一边劳动，一边唱和，声音缠绵柔媚，就像《竹枝词》的音调。

7. A。

8. A。（《春秋》是编年体史书）

9. D。（“只要能够做到积小成大，就能成为像孔子那样的圣人”错）

10. (1)根本不正的，末梢一定是歪斜的；开始就不兴盛，最后一定更加衰败。(2)质朴超过文采就会粗野鄙俗，文采超过质朴就会显得虚饰浮夸。文采与质朴两者兼备，配合适当，这才是君子。

11. 读书人要想增长品德、陶冶性情，就要亲近贤人；结交志同道合的人，相互学习，共同提高。

作业十四

1. ①苜蓿分为两种 ②苜蓿的生命力非常顽强 ③还装点着人们的餐桌(还是餐桌上的一道美食)

2. ①原句运用拟人的修辞手法，生动形象地写出了苜蓿疯狂生长的特点。②原句是短句，句式灵活，节奏感强，并且与上下文的句式结构一致。③原句语言风格更加活泼灵动，与上下文更加和谐。④原句在内容上更能凸显苜蓿生命力旺盛的天性，同时两个比喻分开表达，层次感更强。

3. (1)将有作则思知止以安人 (2)诚能见可欲则思知足以自戒 (3)念高危则思谦冲而自牧 (4)惧满溢则思江海下百川

4. A。“简洁的肖像、心理描写”理解有误，诗句中“焦”是头发焦黄干枯，属于细

节描写，其他都是概括性地写女子的不幸遭遇。无心理描写。

5. 通过描写残酷的高利贷剥削给农民所带来的剜心割肉般的痛楚，以小见大地表达了诗人对广大农民的深厚同情，希望统治者能看到人民的困苦而改变自身的骄奢淫逸。体现了现实主义的创作方法。

6. C。C项错在“并不可信”，文中说的是“这种说法并不完全可信”。

7. B。（A项，错在“就读者方面而言的说法”，也有“就作者方面而言的说法”。C项，因果关系颠倒。D项“反而超越了唐诗”错，词并没有超越唐诗。）

8. D。（ABC项都是由物及心，而D项是由心及物。）

9. 材料一首先提出词中有比兴寄托的深意的观点，接着对“比”“兴”进行解释，以《诗经》《诗品·序》《文赋》《乌夜啼》为例，详细解说了中国诗歌见物起兴的传统；以《诗经·硕鼠》《减字木兰花》为例，详细诠释了中国古诗的以此例彼的方式；再分析了“比兴”从古诗的心物交感到“言在此而意在彼”的含义演变过程。

10. 诗歌创作中有“比兴”手法，在中国文学批评的传统上，“比兴”有“言在此意在彼”的美刺托喻的意思。温庭筠以女子自比，当男子求取功名仕宦而不得的时候，其感情与女子那种“弃妇”的感情也有某种暗合之处，所以以失落的爱情或追求爱情而不得的闺中怨妇自比。说有“离骚初服之意”，是因为《离骚》中有“进不入以离尤兮，退将复修吾初服”的句子，也是指到朝廷做官不被接纳，退下来重新整理自己原先的志向。这种感情与温诗的情感有相近之处。

作业十五

1. B。（括号前的语句是说雨后的苏堤如画一般，强调的是画，所以括号内主语应为“画卷”，排除AC。括号后写的是随着我的游览而看到的美景，强调的是行走和目光，不是强调轻盈和流盼，且后文先写“步”，再写“眸”，所以应为“轻盈的行走和流盼的目光”，排除D。）

2. D。（画波浪线句子和D项运用的是比喻；A.运用的是借代，用“烟尘”“鼓角”代指战争。B.运用的是比拟，将“霜禽”“粉蝶”赋予人的动作；C.运用的是借代，衣冠，士大夫的穿戴，借指士大夫。）

3. ①原文以短句为主，节奏明快，音律和谐，改句是长句，显冗长；②原文将“仿佛刚刚画完一般”放到最后，更能突出苏堤在经过雨的洗礼之下古雅清新的特点；③原文用叠词“融融的”“润润的”，具体表现出雨后苏堤空气湿润、景色宜人的特点，表达了作者对苏堤的喜爱之情。

4. (1)乐盘游则思三驱以为度 (2)忧懈怠则思慎始而敬终 (3)恩所加则思无因喜以谬赏 罚所及则思无因怒而滥刑 (4)虑壅蔽则思虚心以纳下

5. D。“是说自己是西征的将领，将要一一收复祖国的大好河山”理解错误。“老夫合是征西将”中的“合是”表假设，所以“征西将”并非实写。

6. ①“劳渠蟠曲小诗中”，称大山为“你”，用拟人手法表现了诗人的乐观自信之情。②“三峰杰立插云间”，用夸张手法写出了山峰高耸入云的壮阔之景，表现了诗人对壮丽河山的热爱之情。③“胸次先收一华山”，表现了诗人吞纳山河的博大襟怀。

7. B。“同物之境”起于“移情作用”，神话、宗教都是“移情作用”的产品。

8. D。(A项无中生有，因为自然只是作“比”“兴”用的，不是值得单独描绘的；“同物之境”是和歌咏自然的诗一齐起来的，由此可以推断，“超物之境”在魏晋之前也不多，“因此认为”也于文无据；B项曲解文意，王国维认为“无我之境”更胜一筹，但是没有认为情感导致外物错误的面目；C项错误，罗斯金排斥贬低一切情感附带。“非怒非喜”指平和，不是零感情态度。)

9. A项是典型的同物之境，“移情”、执情强物，具有“以我观物”的特征。

10. 材料一认可王国维的两种分类方法，但是质疑其命名的准确性，也否定了王国维对两种境界高下的判断。首先指出其区别不在于“我”之有无，只在于“我”与“物”的关系；然后举例比较，论述渊源，说明前者品格未必不及后者。材料二认为王国维和钱锺书的分类方式相当，符合艺术创作规律；同时又指出，简单二元归类不够客观，不能反映艺术作品“意与境合”的丰富性。

11. “桑”在《氓》里面不是吟咏的对象，只是作“比”“兴”使用，以之起兴，兼有比义。既引出女子初婚，又以其青葱茂盛暗喻女子沉浸爱情的甜蜜。《归园田居》以白描手法，勾勒村落风貌，深巷幽幽，鸡犬相闻，桑树滋长，村人乐业。深得田园之趣，淳朴欢愉，一任自然，正是王国维欣赏的“无我之境”。

作业十六

1. ①能否妥善地解决这一问题 ②但地球上还有广阔的海洋可供开发 ③并不是狭义上的粮食

2. 虽然有人担心地球可耕土地资源无法养活越来越多的人口，但也有人认为我们可以通过海洋开发来获取食物。

3. (1)举先王之政 以兴利除弊 不为生事 (2)为天下理财 不为征利 (3)辟邪说 难任人 不为拒谏 (4)而议事每不合 所操之术多异故也

4. C。“直抒胸臆”错误。结尾两句的以景结情、意象传情是间接抒情。

5. 颈联以工稳的对仗，“一身”对“双鬓”，“报国”对“向人”，“有万死”对“无再青”，揭示了岁月蹉跎与夙愿难偿的矛盾。“一身报国有万死”，尽管个人的力量是渺小的，尽管生命是短暂的，但是为了拯救国难，“我”却甘愿死一万次。“一”与“万”的强烈的对

比，鲜明地表达了自己的拳拳爱国心与殷殷报国情，诚可谓掷地有声。“双鬓向人无再青”，这一句是说岁月不饶人，满鬓飞霜，无法重获青黑之色，抒发了对华年空掷、青春难再的感伤与悲愤。即便我抱定了“为国牺牲敢惜身”的志向，可是谁又能了解我的苦心、我的喟叹呢？这两句直抒胸臆，是全诗之眼。

6. B。(A. 大同理想不是墨子提出的。C. “在墨子看来，远近、贵贱、亲疏、上下有别”错。D. “墨子的思想是人类的最高理想，是我国的国粹”扩大了范围。)

7. C。“论证了墨家的‘兼爱’思想更符合社会要求，更有进步意义”错。

8. D。(墨子是墨家学派的创始人，主张“兼爱、非攻”，反对侵略战争，支持正义战争。A. 是孟子的推己及人思想；B. 是孟子的仁政思想；C. 是庄子的顺应自然思想；D. 是墨子的兼爱思想。)

9. (1)首先提出中心论点，墨子的兼爱思想隐含着平等观；(2)接着，结合兼爱思想产生的时代背景，论证其隐含着平等观；(3)第三，从“爱无等差”“兼以易别”两个方面论证“兼爱”思想隐含的平等观。

10. (1)墨子的“兼爱”思想倡导人与人之间相爱，有利于形成和谐的人际关系；(2)“兼爱”思想蕴含着平等意识，有利于形成民主、平等的法治观念；(3)墨子的“非攻”，有助于形成热爱和平的思想；(4)墨子的“节用”思想对于厉行节约有教育意义；(5)墨子忘我的牺牲精神，有利于培养人们的社会责任感；(6)墨子是一个劳动者，他参加劳动，对于劳动教育有意义。

作业十七

1. C。(画线句“钟鼓馔玉”借代权贵，运用了借代修辞。A. 运用比喻，把“西湖”比作“西子”；B. 运用拟人，“不知心里事”把“山月”人格化；C. 运用借代，“桑梓”借代家乡；D. 运用夸张，“深千尺”夸张潭水之深。)

2. B。(文中“玉石之国”引号的作用是特定称谓。A. 特殊含义；B. 特定称谓；C. 引用；D. 表示讽刺、否定。)

3. 第一处结构混乱，“中国自有历史起，玉石……”中途易辙，把“自”提到“中国”前面；第二处语序不当，“发扬和传承”逻辑顺序错误，应该为“传承和发扬”。自中国有历史起，玉石就深得国人喜欢，玉石文明不断传承和发扬。

4. (1)名实已明，而天下之理得矣 (2)受命于人主，议法度而修之于朝廷，以授之于有司 (3)人习于苟且非一日，士大夫多以不恤国事、同俗自媚于众为善 (4)盘庚不为怨者故改其度，度义而后动，是而不见可悔故也。(5)度义而后动，是而不见可悔

5. A。“痛快豪饮”“纵酒人生”错，从寒食到清明三日禁火，所以首句说“佳辰强饮食犹寒”，逢到节日佳辰，诗人虽在老病之中还是打起精神来饮酒。“强饮”不仅说多病之身

不耐酒力，也透露着漂泊中勉强过节的心情。

6. (1)首联中体现了因穷困潦倒孤独寂寞而愁；(2)颔联中写因为年老体衰时局动荡而愁；(3)颈联写因为困居舟中难得自由而愁；(4)因为不被重用忧国忧民而愁。

7. A。(B项，阿联酋是第一次探火，谈不上“历次”，结合“阿联酋……航天经验仅限于一些绕地球轨道运行的观测和通信卫星，因为对航天的经验非常少……”可知，“没有航天探索经验”错。C项，“俄罗斯用自己的漫游车将着陆器送上火星”错，根据材料一“俄罗斯航天局开展的火星计划，是与欧洲航天局合作的，使用的是俄罗斯制造的着陆器，欧洲制造的漫游车，用这种着陆器把漫游车送上火星，是有一定挑战性的”，俄罗斯用自己的着陆器是将欧洲制造的漫游车送上火星。D项，“一直没能取得什么巨大成果”以偏概全，文中说美国“一直没能取得什么巨大成果”是针对“探火”计划中的“好奇”号的，“显得不靠谱”是针对“火星2020”号想要借助一套科学仪器、凭借一个假设以完成这次探火任务而言的。)

8. B项，“俄罗斯制造的着陆器动力不足”文中无信息，文中只是说“归纳问题发现是运载它的俄罗斯火箭，无法脱离地球轨道”。

9. D。(“不靠谱”的意思就是很难成功。A项，结合“四国中，阿联酋是一个探索太空的新星，他们的航天局于2014年才正式成立，航天经验仅限于一些绕地球轨道运行的观测和通信卫星”可知确实“不靠谱”。B项，结合“而自从1984年以来，就没有成功执行过一次行星间飞行任务的俄罗斯，成功率同样堪忧”可知确实“不靠谱”。C项，结合“凭借的是一个假设，假设数十亿年前，火星更加温暖湿润，生命可能就起源于那时，想要借这套科学仪器寻找古代宜居环境的证据，并寻找在其中生活的任何微生物的化学特征，就显得不那么靠谱了”可知确实“不靠谱”。D项，根据材料一，我国探火思路转变，计划周密，实力雄厚，使用“胖五”运载火箭，搭载秘密装备等，足以得到探火靠谱的结论。)

10. “胖五”是我国自主研发的、首次使用5米直径箭体结构、采用液氧煤油和氢氧发动机、推力最大、运载能力强的新一代环保运载火箭。

11. ①(1—3)自然段，概述“胖五”的运载能力及其与众不同；②(4—5)自然段，我国本次探火任务及其条件需求，“胖五”担当此任务；③(6—8)自然段，“胖五”的研制历程，倾注了几代航天人的努力。

数学

作业一

1. D(提示:由物理学知识,可知密度、路程、质量、功只有大小没有方向,因此是数量;速度、位移既有大小又有方向,因此是向量.故选D.)

2. D (提示:取 BC 的中点 D , 连接 AD , 则 $\vec{PB} + \vec{PC} = 2\vec{PD}$, 所以 $2\vec{PA} + 2\vec{PD} = 0$, 所以 P, A, D 三点共线且 P 为 AD 的中点, $\vec{PA} = -\vec{PD}$, $\vec{PB} = \vec{PD} + \vec{DB}$. 所以, $\vec{PA} \cdot \vec{PB} = -\vec{PD} \cdot (\vec{PD} + \vec{DB}) = -\vec{PD}^2$. 因为等边 $\triangle ABC$ 的中线 $AD = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 所以 $|\vec{PD}| = \frac{\sqrt{3}}{4}$, 故 $\vec{PA} \cdot \vec{PB} = -\frac{3}{16}$.

3. C(提示:因为 $\left|\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|}\right| = 1$, 又 $|\mathbf{-b}| = |\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = 2$, 所以 $\left|\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{b}|}\right| = \left|\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|}\right| = 1$, 故 $\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{b}|}$ 与 \mathbf{b} 的模长之和为 $1+2=3$.)

4. A(提示:以 A 为坐标原点, AB, AD 所在直线为 x 轴, y 轴建立平面直角坐标系(图略), 则 $A(0, 0), B(\sqrt{2}, 0), E(\sqrt{2}, 1)$, 设 $F(x, 2)$, 则 $\vec{AB} = (\sqrt{2}, 0), \vec{AF} = (x, 2)$, 则 $\vec{AB} \cdot \vec{AF} = \sqrt{2}x = \sqrt{2}$, 解得 $x=1$, 所以 $F(1, 2), \vec{BF} = (1 - \sqrt{2}, 2)$. 又 $\vec{AE} = (\sqrt{2}, 1)$, 所以 $\vec{AE} \cdot \vec{BF} = \sqrt{2} \times (1 - \sqrt{2}) + 1 \times 2 = \sqrt{2}$. 故选 A.)

5. A(提示:因为 $c^2 \sin A = 4 \sin C$, 由正弦定理得 $c^2 a = 4c$, 即 $ac = 4$. 又 $B = \frac{\pi}{3}$, 由余弦定理, 得 $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B = a^2 + c^2 - 4$, 即 $a^2 + c^2 - b^2 = 4$. 所以, 三角形的面积 $S = \sqrt{\frac{1}{4} \left[a^2 c^2 - \left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2} \right)^2 \right]} = \sqrt{\frac{1}{4} \left[4^2 - \left(\frac{4}{2} \right)^2 \right]} = \sqrt{3}$. 故选 A.)

6. C(提示:因为点 P 为 $\triangle ABC$ 的外心, 所以 $|\vec{PA}| = |\vec{PB}| = |\vec{PC}|$. 由 $\vec{PA} + \vec{PB} = \vec{PC}$ 及向量加法法则知, 四边形 $PACD$ 为菱形, 且 $\triangle CPA, \triangle CPB$ 均为正三角形, 则 $\angle PCA = \angle PCB = 60^\circ$, 则 $\angle ACB = 120^\circ$.)

7. B(提示:由题意知, 8 根绳子合力的大小等于礼物的重量, 设每根绳子的拉力为 T , 则 $8T \cos 60^\circ = 1 \times 9.8$, 解得 $T = 2.45 \text{ N}$.)

8. A(提示:在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB = 2, AD = 1, \vec{AB} \cdot \vec{AD} = -1$, 所以 $2 \cos \angle BAD = -1$, 所以 $\cos \angle BAD = -\frac{1}{2}$. 因为 $\angle BAD \in [0, \pi]$, 所以 $\angle BAD = \frac{2\pi}{3}$. 设 $|\vec{MD}| = t (0 \leq t \leq 2)$, 所以 $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = (\vec{MD} - \vec{AD}) \cdot (\vec{MC} - \vec{BC}) = (\vec{MD} - \vec{AD}) \cdot (\vec{MC} - \vec{AD}) = \vec{MD} \cdot \vec{MC} - \vec{MD} \cdot \vec{AD} - \vec{AD} \cdot \vec{MC} + \vec{AD}^2 = -t(2-t) - t \cos \frac{\pi}{3} - (2-t) \cos \frac{2\pi}{3} + 1 = \left(t - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$. 故当 $t=0$ 时, $\vec{MA} \cdot \vec{MB}$ 取得最大值.)

9. ACD(提示:对于 A, 因为向量的数量积运算满足分配律, 所以成立; 对于 B, 因为 $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle \cdot \mathbf{c}$ 表示一个与 \mathbf{c} 平行的向量, $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}) = |\mathbf{b}| |\mathbf{c}| \cos \langle \mathbf{b}, \mathbf{c} \rangle \cdot \mathbf{a}$ 表示一个与 \mathbf{a} 平行的向量, 而 \mathbf{c} 与 \mathbf{a} 不一定平行, 所以不成立; 对于 C, 因为 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle \leq |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}|$, 所以成立; 对于 D, 因为 $|\mathbf{a} - \mathbf{b}|^2 = |\mathbf{a}|^2 + |\mathbf{b}|^2 - 2\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}|^2 + |\mathbf{b}|^2 - 2|\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle \leq |\mathbf{a}|^2 + |\mathbf{b}|^2 + 2|\mathbf{a}| |\mathbf{b}| = (|\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|)^2$, 所以成立.)

10. BC(提示:A 不正确, 因向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 可能方向不相同; B 正确, 则 $\vec{AB} = \vec{DC}$ 可得四边形有一组对边平行且相等, 符合平行四边形的判定定理, 反之也成立; C 正确, 因为 $\mathbf{a} = \mathbf{b}, \mathbf{b} = \mathbf{c}$, 所以 \mathbf{a}, \mathbf{c} 的长度相等且方向相同; D 不正确, 因为当 $\mathbf{b} = 0$ 时不成立.)

11. AB(提示:A, B 正确, 由向量的交换律可知; C 错误, 例如 $m=0$; D 错误, 例如 $\mathbf{aa}=0$.)

12. BC(提示:依题意可知, 向量 $\mathbf{a} = \left(2 \sin^4 \frac{x}{2}, \cos^4 \frac{x}{2} - f(x)\right)$ 与向量 $\mathbf{b} = \left(1, -\frac{1}{2}\right)$ 共线, 所以 $2 \sin^4 \frac{x}{2} \times \left(-\right.$

$\frac{1}{2}) = \cos^4 \frac{x}{2} - f(x)$, 所以 $f(x) = \cos^4 \frac{x}{2} + \sin^4 \frac{x}{2} = \left(\cos^2 \frac{x}{2} + \sin^2 \frac{x}{2} \right)^2 - 2 \sin^2 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2} = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 x = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 2x$. 将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度得到函数 $y = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos \left[2 \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \right] = \frac{1}{4} \cos \left(2x + \frac{2\pi}{3} \right) + \frac{3}{4}$ 的图象, 所以 A 错误; 函数 $f(x)$ 的最小正周期为 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$, 所以 B 正确; 当 $x = \frac{3\pi}{2}$ 时, $\cos 2x = \cos 3\pi = -1$, 所以直线 $x = \frac{3\pi}{2}$ 是 $f(x)$ 的一条对称轴, C 正确; 当 $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{4} \right)$ 时, $2x \in \left(-\pi, -\frac{\pi}{2} \right)$, 所以函数 $f(x) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 2x$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{4} \right)$ 上单调递增, 故 D 错误.

13. 11 (提示: 由马的走法规则, 可知马在 B 处走了“一步”的向量有 3 个, 马在 C 处走了“一步”的向量有 8 个, 由加法原理可知共有 11 个.)

14. $1 - \sqrt{2}$. (提示: 由题意, 得 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = \sqrt{|\mathbf{a}|^2 + 2\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + |\mathbf{b}|^2} = \sqrt{2}$. 设向量 $(\mathbf{a} + \mathbf{b})$ 与 \mathbf{c} 的夹角为 $\theta (0 \leq \theta \leq \pi)$, 则 $(\mathbf{a} - \mathbf{c}) \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{c}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{c}^2 - (\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = 1 - |\mathbf{a} + \mathbf{b}| \cdot |\mathbf{c}| \cos \theta = 1 - \sqrt{2} \cos \theta$. 因为 $\theta \in [0, \pi]$, 所以 $\cos \theta \in [-1, 1]$, 所以 $1 - \sqrt{2} \leq 1 - \sqrt{2} \cos \theta \leq 1 + \sqrt{2}$. 所以 $(\mathbf{a} - \mathbf{c}) \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{c})$ 的最小值为 $1 - \sqrt{2}$.)

15. $\sqrt{2}$. (提示: 因为 $b^2 = c^2 + ac$, 由余弦定理得 $c^2 + ac = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$, 即 $a - 2c \cos B = c$. 再由正弦定理, 得 $\sin A - 2 \sin C \cos B = \sin C$. 因为 $\sin A - 2 \sin C \cos B = \sin(B + C) - 2 \sin C \cos B = \sin(B - C)$, 所以 $\sin(B - C) = \sin C$. 故 $B - C = C$ 或 $B - C + C = \pi$, 所以 $B = 2C$ 或 $B = \pi$ (舍去). 因为 $\triangle ABC$ 是锐角三角形, 所以

$$\begin{cases} 0 < C < \frac{\pi}{2}, \\ 0 < 2C < \frac{\pi}{2}, \\ 0 < \pi - 3C < \frac{\pi}{2}, \end{cases} \quad \text{解得 } \frac{\pi}{6} < C < \frac{\pi}{4}. \quad \text{所以 } \tan C \in \left(\frac{\sqrt{3}}{3}, 1 \right),$$

1) $\tan C + \frac{1}{2 \tan(B - C)} = \tan C + \frac{1}{2 \tan C} \geq \sqrt{2}$, 当且仅当 $\tan C = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时取等号.)

16. 【解答】(1) 因为 $\vec{BD} = \vec{BC} + \vec{CD} = 2\mathbf{a} + 8\mathbf{b} + 3(\mathbf{a} - \mathbf{b}) = 5\mathbf{a} + 5\mathbf{b} = 5\vec{AB}$, 所以 \vec{AB} 与 \vec{BD} 共线. 又 \vec{AB} 与 \vec{BD} 有公共点 D , 故 A, B, D 三点共线.

(2) 由 $\vec{AB} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$, $\vec{BC} = 2\mathbf{a} + 8\mathbf{b}$, 易知 A, B, C 三点不共线. 因为 E 是线段 BC 的中点, 所以 $\vec{AE} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AB} + \vec{BC}) = \frac{1}{2}[2(\mathbf{a} + \mathbf{b}) + 2\mathbf{a} + 8\mathbf{b}] = 2\mathbf{a} + 5\mathbf{b}$.

17. 【解答】(1) $\vec{AB} = \vec{CB} - \vec{CA}$, 且 $|\vec{CB}|^2 = 4$, $|\vec{CA}|^2 = 1$, $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = 2 \times 1 \times \cos 60^\circ = 1$. 所以, $|\vec{AB}| = \sqrt{(\vec{CB} - \vec{CA})^2} = \sqrt{|\vec{CB}|^2 + |\vec{CA}|^2 - 2\vec{CB} \cdot \vec{CA}} = \sqrt{4 + 1 - 2} = \sqrt{3}$.

(2) 当 $\lambda = \frac{1}{2}$ 时, $\vec{AD} = \frac{1}{2}\vec{AB}$, $\vec{BE} = \frac{1}{2}\vec{BC}$, 即 D, E 分别是 AB, BC 的中点, 所以, $\vec{AE} = \vec{AC} + \vec{CE} = \vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{CB}$, $\vec{CD} = \frac{1}{2}(\vec{CA} + \vec{CB})$. 故 $\vec{AE} \cdot \vec{CD} = (\vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{CB}) \cdot \frac{1}{2}(\vec{CA} + \vec{CB}) = \frac{1}{2}\vec{AC} \cdot \vec{CA} + \frac{1}{2}\vec{AC} \cdot \vec{CB} + \frac{1}{4}\vec{CB} \cdot \vec{CA} + \frac{1}{4}\vec{CB}^2 = -\frac{1}{2} \times 1^2 + \frac{1}{2} \times 1 \times 2 \cos 120^\circ + \frac{1}{4} \times 2 \times 1 \times \cos 60^\circ + \frac{1}{4} \times 2^2 = \frac{1}{4}$.

18. 【解答】(1) 设 $\mathbf{c} = (x, y)$, 由题设条件, 得 $f(\mathbf{c}) = (y, 2y - x) = (p, q)$. 所以 $\begin{cases} y = p, \\ 2y - x = q, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = 2p - q, \\ y = p, \end{cases}$ 故向量 $\mathbf{c} = (2p - q, p)$.

(2) 证明: 设 $\mathbf{a} = (a_1, a_2)$, $\mathbf{b} = (b_1, b_2)$, 则 $m\mathbf{a} + n\mathbf{b} = (ma_1 + nb_1, ma_2 + nb_2)$. 所以, $f(m\mathbf{a} + n\mathbf{b}) = (ma_2 + nb_2, 2ma_2 +$

$2nb_2 - ma_1 - nb_1$). $mf(\mathbf{a}) + nf(\mathbf{b}) = m(\mathbf{a}_2, 2\mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_1) + n(\mathbf{b}_2, 2\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_1) = (ma_2 + nb_2, 2ma_2 + 2nb_2 - ma_1 - nb_1)$. 所以, $f(m\mathbf{a} + n\mathbf{b}) = mf(\mathbf{a}) + nf(\mathbf{b})$. 即对于任意的向量 \mathbf{a} , \mathbf{b} 及常数 m, n , 恒有 $f(m\mathbf{a} + n\mathbf{b}) = mf(\mathbf{a}) + nf(\mathbf{b})$ 成立.

作业二

1. A(提示: 由 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 得 $\frac{-3}{x} = \frac{1}{-1}$, 解得 $x = 3$.)

2. D(提示: 因为 $\overrightarrow{AB} = (2, 4)$, $\overrightarrow{AC} = (1, 3)$, 所以 $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = (-1, -1)$, 即 $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} = (-1, -1)$.)

3. B(提示: $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DP}) \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}) \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}|\overrightarrow{BC}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cos \frac{\pi}{3} + \frac{1}{2}|\overrightarrow{DA}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cos \frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 2 \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{1}{2}$.)

4. D(提示: 由已知 $\mathbf{a} = -2p + 2q = (-2, 2) + (4, 2) = (2, 4)$. 设 $\mathbf{a} = \lambda m + \mu n = \lambda(-1, 1) + \mu(1, 2) = (-\lambda + \mu, \lambda + 2\mu)$, 因此 $\begin{cases} -\lambda + \mu = 2, \\ \lambda + 2\mu = 4, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} \lambda = 0, \\ \mu = 2. \end{cases}$ 所以 $\mathbf{a} = 0m + 2n$, \mathbf{a} 在另一个基底 $m = (-1, 1)$, $n = (1, 2)$ 下的坐标为 $(0, 2)$.)

5. C(提示: 因为 $\overrightarrow{OA} = (1, 0)$, $\overrightarrow{OB} = (1, \sqrt{3})$, 所以 $|\overrightarrow{OA}| = 1$, 则 $\overrightarrow{OC} = -2\overrightarrow{OA} + \lambda\overrightarrow{OB} = (\lambda - 2, \sqrt{3}\lambda)$, $|\overrightarrow{OC}| = \sqrt{(\lambda - 2)^2 + (\sqrt{3}\lambda)^2} = \sqrt{4\lambda^2 - 4\lambda + 4}$. 因为 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = |\overrightarrow{OA}| \cdot |\overrightarrow{OC}| \cos 120^\circ$, 所以 $\lambda - 2 = \sqrt{4\lambda^2 - 4\lambda + 4} \times \left(-\frac{1}{2}\right) < 0$, 所以 $\lambda < 2$, 两边平方解得 $\lambda = 1$.)

6. D(提示: 因为 \mathbf{a}, \mathbf{b} 是单位向量, 且 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$, 不妨设 $\mathbf{a} = (1, 0)$, $\mathbf{b} = (0, 1)$, $\mathbf{c} = (x, y)$, 所以 $|\mathbf{c} - \mathbf{a} + \mathbf{b}| = |(x - 1, y + 1)| = 2$, 即 $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$, 向量 \mathbf{c} 的终点在以 $A(1, -1)$ 为圆心, 2 为半径的圆上, 因此 $|\mathbf{c}|$ 的最大值为圆 $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$ 与连接原点、圆心的直线的交点 C 到原点的距离, 为 $|\overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OA}| + |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{2} + 2$.)

7. C(提示: 设 $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{OC} = \mathbf{c}$, 因为 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 的终点共线, 所以设 $\overrightarrow{AC} = \lambda \overrightarrow{AB}$, 则 $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \lambda(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA})$, 所以 $\overrightarrow{OC} = (1 - \lambda)\overrightarrow{OA} + \lambda\overrightarrow{OB}$, 即 $\mathbf{c} = (1 - \lambda)\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b}$. 又 $\mathbf{c} = m\mathbf{a} + n\mathbf{b}$, 所以 $\begin{cases} 1 - \lambda = m, \\ \lambda = n, \end{cases}$ 所以 $m + n = 1$.)

8. C(提示: 由 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \mathbf{0}$, 得 $\overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CA}$, 所以四边形 $OBAC$ 为平行四边形. 又 O 为 $\triangle ABC$ 的外接圆圆心, 所以 $|\overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OA}|$. 又 $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{AB}|$, 所以 $\triangle COA$ 为正三角形, 四边形 $OBAC$ 是边长为 2 的菱形, 所以 $\angle ACB = \frac{\pi}{6}$, 所以 \overrightarrow{CA} 在 \overrightarrow{CB} 方向上的投影向量的模长为 $|\overrightarrow{CA}| \cos \frac{\pi}{6} = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.)

9. AC(提示: 由 $\mathbf{a} = \mathbf{b}$ 可推出 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 但反之不成立, 所以 A 正确; 由 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$ 不能推出 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 因为 \mathbf{a}, \mathbf{b} 的方向可能不相同, 故 B 不成立; \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 方向相反时, 存在实数 λ , 使得 $\mathbf{b} = \lambda\mathbf{a}$, 但反之不成立, 故 C 正确; 当存在唯一实数 λ , 使得 $\mathbf{b} = \lambda\mathbf{a}$ 时, 可推出 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 而且反之也成立, 有 D 为充分必要条件, D 不正确.)

10. ABD(提示: 因为 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (2, -1) - (1, -3) = (1, 2)$, $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = (m + 1, m - 2) - (1, -3) = (m, m + 1)$, 假设 A, B, C 三点共线, 则 $1 \times (m + 1) - 2m = 0$, 即 $m = 1$. 故只有 $m \neq 1$ 就有 A, B, C 三点共线.)

11. BC(提示: 因为 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 为单位向量, 设它们的夹角为 θ , 且 $|\mathbf{e}_1 + \lambda\mathbf{e}_2|$ 的最小值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 所以 $(\mathbf{e}_1 + \lambda\mathbf{e}_2)^2$ 的最小值为 $\frac{3}{4}$. 因为 $(\mathbf{e}_1 + \lambda\mathbf{e}_2)^2 = 1 + 2\lambda \cos \theta + \lambda^2 = (\lambda + \cos \theta)^2 - \cos^2 \theta + 1$. 当 $\lambda = -\cos \theta$ 时, $(\mathbf{e}_1 + \lambda\mathbf{e}_2)^2_{\min} = -\cos^2 \theta + 1 = \frac{3}{4}$, 此时 $\cos \theta = \pm \frac{1}{2}$, 所以 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 的夹角是 $\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$, 进一步可知 $|\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2|^2 = 1$ 或 3 , $|\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2| = 1$ 或 $\sqrt{3}$.)

12. BD(提示: 因为 $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BC}$, 所以 A 错误; 取 AD 的中点 O , 则 $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AO} = 2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AF}$, 所以 B 正确; 设 $|\overrightarrow{AB}| = 1$, 则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = \sqrt{3} \times 2 \times \cos \frac{\pi}{6} = 3$, 而 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = 2 \times 1 \times \cos \frac{\pi}{3} = 1$, 所以 C 错误; 又 $\overrightarrow{AD} = -2\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AF} =$

$2 \times 1 \times \cos \frac{\pi}{3} = 1$, $\vec{AF} \cdot \vec{EF} = 1 \times 1 \times \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$, 故有 $\vec{EF} = -\frac{1}{2}\vec{AD}$, 所以 D 正确.)

13. $\frac{1}{2}$ (提示: 由题意知, 存在实数 k 使得 $\lambda a + b = k(a + 2b)$, 展开并比较系数得 $\lambda = \frac{1}{2}$.)

14. 1 (提示: 因为 $1 \times 3 - 2 \times (-2) \neq 0$, 所以向量 \mathbf{a} , \mathbf{b} 不共线, 从而 \mathbf{a} , \mathbf{b} 是平面内的一个基底, 故一定存在有序实数对 λ_1, λ_2 使得 $\mathbf{c} = \lambda_1 \mathbf{a} + \lambda_2 \mathbf{b}$, 即 $(4, 1) = \lambda_1(1, 2) + \lambda_2(-2, 3)$, 解得 $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = -1$, 故 $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$.)

15. $\frac{7}{5}$ (提示: 由题意得 $\vec{AO} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC} = \frac{3}{10}\vec{AM} + \frac{m}{2}\vec{AN}$, 所以 $\frac{3}{10} + \frac{m}{2} = 1$, 解得 $m = \frac{7}{5}$.)

16. $-\frac{21}{11}$ (提示: 因为在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ, AB = 3, AC = 2, \vec{BD} = 2\vec{DC}$, 所以 $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{BC} = \vec{AB} + \frac{2}{3}(\vec{AC} - \vec{AB}) = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$. 又 $\vec{AE} = \lambda \vec{AC} - \vec{AB} (\lambda \in \mathbf{R})$, 所以 $\vec{AD} \cdot \vec{AE} = \left(\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}\right) \cdot (\lambda \vec{AC} - \vec{AB}) = \left(\frac{1}{3}\lambda - \frac{2}{3}\right)\vec{AB} \cdot \vec{AC} - \frac{1}{3}\vec{AB}^2 + \frac{2}{3}\lambda \vec{AC}^2 = \left(\frac{1}{3}\lambda - \frac{2}{3}\right) \times 3 \times 2 \times \cos 60^\circ - \frac{1}{3} \times 3^2 + \frac{2}{3}\lambda \times 2^2 = -4$, 解得 $\lambda = \frac{3}{11}$. 所以, $\vec{AE} = \frac{3}{11}\vec{AC} - \vec{AB}, \vec{AC} \cdot \vec{AE} = \vec{AC} \cdot \left(\frac{3}{11}\vec{AC} - \vec{AB}\right) = \frac{3}{11} \times 2^2 - 3 \times 2 \cos 60^\circ = -\frac{21}{11}$.)

17. 【解答】(1) 因为 $\vec{AB} = \mathbf{a}, \vec{AO} = \mathbf{b}$, 所以 $\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{AC} = -\mathbf{b} - \mathbf{a}$. $\vec{CD} = \vec{CB} + \vec{BD} = \vec{CB} + \frac{1}{3}\vec{BO} = \vec{CB} + \frac{1}{3}(\vec{BA} + \vec{AO}) = 2\mathbf{a} + \frac{1}{3}(-\mathbf{a} + \mathbf{b}) = \frac{5}{3}\mathbf{a} + \frac{1}{3}\mathbf{b}$.

(2) 证明: 因为 $\vec{CE} = \vec{OE} - \vec{OC} = \frac{4}{5}(-\mathbf{b}) + \mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{a} + \frac{1}{5}\mathbf{b} = \frac{3}{5}\vec{CD}$, 所以 \vec{CE} 与 \vec{CD} 平行. 又 \vec{CE} 与 \vec{CD} 有共同点 C , 所以 C, D, E 三点共线.

18. 【解答】(1) 因为 $\vec{AB} = \vec{CB} - \vec{CA}$, 且 $\vec{CB}^2 = 4, \vec{CA}^2 = 1, \vec{CB} \cdot \vec{CA} = 2 \times 1 \times \cos 60^\circ = 1$, 所以 $|\vec{AB}| = |\vec{CB} - \vec{CA}| = \sqrt{(\vec{CB} - \vec{CA})^2} = \sqrt{\vec{CB}^2 - 2\vec{CB} \cdot \vec{CA} + \vec{CA}^2} = \sqrt{3}$.

(2) 存在. 理由如下:

假设存在非零实数 λ , 使得 $\vec{AE} \perp \vec{CD}$, 由 $\vec{AD} = \lambda \vec{AB}$, 得 $\vec{AD} = \lambda(\vec{CB} - \vec{CA}) = \lambda \vec{CB} + (1 - \lambda)\vec{CA}$. 由 $\vec{BE} = \lambda \vec{BC}$, 得 $\vec{AE} = \vec{AB} + \vec{BE} = (\vec{CB} - \vec{CA}) + \lambda(-\vec{CB}) = (1 - \lambda)\vec{CB} - \vec{CA}$, $\vec{AE} \cdot \vec{CD} = \lambda(1 - \lambda)\vec{CB}^2 - \lambda \vec{CB} \cdot \vec{CA} + (1 - \lambda)^2 \vec{CB} \cdot \vec{CA} - (1 - \lambda)\vec{CA}^2 = 4\lambda(1 - \lambda) - \lambda + (1 - \lambda)^2 - (1 - \lambda) = -3\lambda^2 + 2\lambda = 0$. 解得 $\lambda = \frac{2}{3}$ 或 $\lambda = 0$ (不合题意, 舍去). 所以, 存在非零实数 $\lambda = \frac{2}{3}$, 使得 $\vec{AE} \perp \vec{CD}$.

19. 【解答】(1) $\vec{BM} = \vec{AM} - \vec{AB} = (1 - \lambda)\vec{AC} - \vec{AB} = (1 - \lambda)\mathbf{a} - \mathbf{b}$. $\vec{CN} = \vec{AN} - \vec{AC} = \lambda \vec{AB} - \vec{AC} = \lambda \mathbf{b} - \mathbf{a}$.

(2) 由(1)可得, $\vec{BM} \cdot \vec{CN} = [(1 - \lambda)\mathbf{a} - \mathbf{b}] \cdot (\lambda \mathbf{b} - \mathbf{a}) = [\lambda(1 - \lambda) + 1]\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} - \lambda \mathbf{b}^2 - (1 - \lambda)\mathbf{a}^2 = -\frac{3}{2}$. 因为 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = 2, \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos 60^\circ = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} = 2$, 所以 $\vec{BM} \cdot \vec{CN} = [(1 - \lambda)\mathbf{a} - \mathbf{b}] \cdot (\lambda \mathbf{b} - \mathbf{a}) = [\lambda(1 - \lambda) + 1] \times 2 - 4\lambda - 4(1 - \lambda) = -\frac{3}{2}$. 解得 $\lambda = \frac{1}{2}$.

作业三

1. C (提示: 只有 $\frac{3}{7}i, (1 + \sqrt{3})i$ 是纯虚数.)

2. A (提示: 由 $x + y + (x - y)i = 3 - i$, 得 $\begin{cases} x + y = 3, \\ x - y = -1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = 1, \\ y = 2. \end{cases}$ 故 $x + iy = 1 + 2i$, 所对应的点在第一象限.)

3. B(提示: 由 $z_1 = x+iy (x, y \in \mathbf{R})$, $z_2 = 3-4i$, 得 $z_1+z_2 = (x+3)+(y-4)i$, 由 $|z_1+z_2|=5$, 得 $(x+3)^2+(y-4)^2=25$.)

4. B(提示: 由已知得 $4a+(a^2-4)i=-4i$, 所以 $4a=0$, $a^2-4=-4$, 解得 $a=0$.)

5. B(提示: $z = \frac{(1+i)^3}{(1-i)^2} = \frac{2i(1+i)}{-2i} = -1-i$, 故 $\bar{z} = -1+i$.)

6. B(提示: 若 $z_1 = z_2 = 0$, 则 $z_1^2+z_2^2=0$, 故必要性成立; 若 $z_1 = i$, $z_2 = 1$, 则 $z_1^2+z_2^2=0$, 故充分性不成立.)

7. D(提示: 由图可知 $z_1 = i$, $z_2 = 2-i$, 所以 $\frac{z_1}{z_2} = \frac{i}{2-i} = -\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$.)

8. B(提示: 由题意知, A 关于实轴的对应点是 B 为 $B(3, 2)$, 故 $z_2 = 3+2i$, 所以 $z_2 + \frac{2i}{1-i} = 3+2i + \frac{2i}{1-i} = 2+3i$.)

9. BD(提示: 当 x 为实数时, 由 $z = (x^2-1)+(x-1)i$ 为纯虚数, 可得 $x = -1$; 若 x 不是实数, 则 $x^2-1 \neq 0$, $x-1 \neq 0$, 故 AC 不正确, BD 正确.)

10. AD(提示: 对于 A, 设 $z = a+bi (a, b \in \mathbf{R})$, 则 $\frac{1}{z} = \frac{1}{a+bi} = \frac{a}{a^2+b^2} - \frac{b}{a^2+b^2}i$, 若 $\frac{1}{z} \in \mathbf{R}$, 则 $b=0$, 故 $z=a$ 是实数, A 对; 对于 B, 若复数 $z=i$, 则 $z^2 = -1 \in \mathbf{R}$ 但 $z \notin \mathbf{R}$, 故 B 错; 对于 C, 复数 $z_1 = i$, $z_2 = 2i$ 满足 $z_1 z_2 = -2 \in \mathbf{R}$, 但 $z_1 \neq \bar{z}_2$, 故 C 错; 对于 D, 若复数 $z = a+bi \in \mathbf{R}$, 则 $b=0$, $\bar{z} = z \in \mathbf{R}$, 故 D 对.)

11. BC(提示: 对于 A, 在复平面内, 实轴上的点都表示实数, 虚轴上的点除原点外都表示虚数, 故错误; 对于 B, 设 $z_1 = a+bi$, $z_2 = c+di (a, b, c, d \in \mathbf{R})$, 则 $\overline{z_1+z_2} = (a+c) - (b+d)i$, 且 $\overline{z_1} + \overline{z_2} = (a+c) - (b+d)i$, 所以 $\overline{z_1+z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$, 故正确; 对于 C, 因为 $i^m + i^{m+1} + i^{m+2} + i^{m+3} = i^m(1+i+i^2+i^3) = 0$, 所以正确; 对于 D, 由 $|z-i| = |z+i|$ 可知复数 z 在复平面上对应的点位于复数 i 和 $-i$ 对应的点的连线段的垂直平分线上, 故错误. 所以正确的选择为 BC.)

12. $1-i$ (提示: 由 $z(1-i) = 2$, 得 $z = \frac{2}{1-i} = \frac{2(1+i)}{2} = 1+i$, 则 $\bar{z} = 1-i$.)

13. $-\cos \frac{\pi}{5} - i \sin \frac{\pi}{5}$ (提示: 因为 $\left(\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5}\right)^6 = \cos \frac{6\pi}{5} + i \sin \frac{6\pi}{5} = -\cos \frac{\pi}{5} - i \sin \frac{\pi}{5}$.)

14. -6 (提示: 因为 $z = a-i$, 所以 $\frac{z}{1+i} = \frac{a-i}{1+i} = 1+bi$, 即 $a-i = (1+i)(1+bi) = 1+bi+i-b = 1-b+(b+1)i$, 由复数相等的条件, 得 $\begin{cases} a=3, \\ b=-2. \end{cases}$ 所以 $ab = -6$.)

15. 3(提示: 由题意知, $|z-i|=2$ 的几何意义是: 复数 z 在复平面上对应的点位于以定点 $(0, 1)$ 为圆心, 2 为半径的圆上, 因此 $|z|_{\max} = \sqrt{0^2+(1-0)^2} + 2 = 3$.)

16. 【解答】(1) 要使复数 z 是虚数, 必须且只须 $m^2+3m-28 \neq 0$, 解得 $m \neq 4$ 且 $m \neq -7$. 所以, 当 $m \neq 4$ 且 $m \neq -7$ 时, 复数 z 是虚数.

(2) 要使复数 z 是纯虚数, 必须且只须 $\begin{cases} m^2-3m-4=0, \\ m^2+3m-28 \neq 0, \end{cases}$ 解得 $m = -1$. 所以, 当 $m = -1$ 时, 复数 z 是纯虚数.

17. 【解答】(1) 因为点 A, B, C 对应的复数分别为 $1+4i, -3i, 2$, 所以, $\vec{OA} = (1, 4)$, $\vec{OB} = (0, -3)$, $\vec{OC} = (2, 0)$. 故 $\vec{OA} + \vec{OB} = (1, 1)$, $\vec{AC} = \vec{OC} - \vec{OA} = (1, -4)$. 所以, $\vec{OA} + \vec{OB}$ 对应的复数为 $1+i$, \vec{AC} 对应的复数为 $1-4i$.

(2) 由已知得, 点 A, B, C 的坐标分别为 $(1, 4), (0, -3), (2, 0)$, 设 $D(x_0, y_0)$, 则 $\vec{AB} = (-1, -7)$, $\vec{DC} = (2-x_0, -y_0)$. 因为四边形 $ABCD$ 为平行四边形, 所以 $\vec{AB} = \vec{DC}$. 所以 $\begin{cases} -1 = 2-x_0, \\ -7 = -y_0, \end{cases}$ 解得 $x_0 = 3, y_0 = 7$. 故点 $D(3, 7)$, 它所对应的复数为 $3+7i$.

18. 【解答】(1) ① $\frac{2+i}{1-2i} = \frac{(2+i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)} = \frac{2-2+5i}{5} = i$. 所以这个常数为 i .

(2) 根据三个式子的结构特征及(1)的计算结果, 可得 $\frac{a+bi}{b-ai}=i$ ($a, b \in \mathbf{R}$, 且 a, b 不同时为零).

证明: $\frac{a+bi}{b-ai} = \frac{(a+bi)(b+ai)}{(b-ai)(b+ai)} = \frac{ab-ab+(a^2+b^2)i}{a^2+b^2} = i$.

19. 【解答】(1) 由条件, 得 $z_1 - z_2 = \left(\frac{2}{a+2} - 2\right) + (a^2 - 3a - 4)i$. 因为复数 $z_1 - z_2$ 在复平面上对应的点落在第一象限, 所

以 $\begin{cases} \frac{3}{a+2} - 2 > 0, \\ a^2 - 3a - 4 > 0. \end{cases}$ 解不等式组, 得 $-2 < a < -1$. 故实数 a 的取值范围是 $(-2, -1)$.

(2) 因为虚数 z_1 是实系数一元二次方程 $x^2 - 6x + m = 0$ 的根, 所以 $z + \bar{z} = \frac{6}{a+2} = 6$, 即 $a = -1$. 故 $z_1 = 3 - 2i$, $\bar{z}_1 = 3 + 2i$, $m = z_1 \bar{z}_1 = 13$.

作业四

1. A(提示: 由 $\frac{1+z}{1-z} = i$, 得 $z = i$, 故 $|z| = 1$.)

2. D(提示: 由 $\frac{2-ai}{i} = 1-bi$, 得 $2-ai = i(1-bi) = b+i$, 所以 $a = -1$, $b = 2$, $|a+bi| = |-1+2i| = \sqrt{5}$.)

3. B(提示: 设 $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbf{R}$), 点 A 绕坐标原点按逆时针方向旋转 $\frac{\pi}{2}$, 则得到复数 $(a+bi)i = -b+ai$, 再向左移一个单位, 向下平移一个单位得到复数 $-b+ai - (1+i) = (-b-1) + (a-1)i$. 由点 B 恰好与点 A 关于坐标原点对称, 可知 $\begin{cases} -b-1 = -a, \\ a-1 = -b, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a = 1, \\ b = 0. \end{cases}$ 所以 $z = 1$.)

4. B(提示: 复数 z_1 对应向量 \vec{OA} , 复数 z_2 对应向量 \vec{OB} , $|z_1 + z_2| = |\vec{OA} + \vec{OB}|$, $|z_1 - z_2| = |\vec{OA} - \vec{OB}|$, 故以 \vec{OA} , \vec{OB} 为邻边的平行四边形是矩形, 又 $|\vec{OA}|$ 与 $|\vec{OB}|$ 不一定相等, 所以 $\triangle AOB$ 一定是直角三角形.)

5. A(提示: 因为 $(a+i)(1+bi) = 1+3i$, 所以 $(a-b) + (1+ab)i = 1+3i$, 即 $\begin{cases} a-b = 1, \\ 1+ab = 3, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a = -1, \\ b = -2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a = 2, \\ b = 1. \end{cases}$ 所以, 当

$\begin{cases} a = -1, \\ b = -2 \end{cases}$ 时, $|a+bi| = |-1-2i| = \sqrt{5}$, 当 $\begin{cases} a = 2, \\ b = 1 \end{cases}$ 时, $|a+bi| = |2+i| = \sqrt{5}$.)

6. B(提示: 由题意可知, 关于 x 的实系数一元二次方程 $x^2 + bx + c = 0$ 有两个根 $1+2i$ 和 $1-2i$, 则 $\begin{cases} (1+2i) + (1-2i) = -b, \\ (1+2i)(1-2i) = c. \end{cases}$ 解得 $b = -2$, $c = 5$.)

7. B(提示: $z = \frac{1-i}{1+i} = -i$, $z^2 = (-i)^2 = -1$, 故 $\omega = -1+1-1+1-1 = -1$.)

8. D(提示: 因为 $z = \frac{a}{1-2i} + bi = \frac{a}{5} + \left(\frac{2a}{5} + b\right)i$, 由题意知 $\frac{a}{5} = -\frac{2a}{5} - b$, 得 $3a + 5b = 0$.)

9. BCD(提示: 对于 A, 若 $a = i$, 则 $ai = -1$ 不是纯虚数; 对于 B, 虚部为 $-\sqrt{2}$ 的虚数可以表示为 $a - \sqrt{2}i$ ($a \in \mathbf{R}$), 有无数多个; 对于 C, 显然正确; 对于 D, 由两复数相等可得它们的实部相等, 但反之不成立. 故 BCD 正确.)

10. CD(提示: 对于 A, 因为 $2t^2 + 5t - 3 = 2\left(t + \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{49}{8} > -\frac{49}{8}$, $t^2 + 2t + 2 = (t+1)^2 + 1 > 0$, 所以 z 对应的点可能在第一象限, 也可能在第二象限, A 错误; 对于 B, 当 $\begin{cases} 2t^2 + 5t - 3 = 0, \\ t^2 + 2t + 2 \neq 0, \end{cases}$ 即 $t = -3$ 或 $t = \frac{1}{2}$ 时, z 是纯虚数, 故 B 错误; 对于 C, 因

为 $t^2+2t+2=(t+1)^2+1>0$ 恒成立, 所以 z 一定不是实数, C 正确; 对于 D, 由选项 A 的分析可知, z 对应的点在实轴上方, 故 \bar{z} 对应的点在实轴下方, D 正确.)

11. BC(提示: 当 $a=0, b=1$ 时, $z=i$ 为纯虚数, 故 A 错误; 若 z 的共轭复数为 \bar{z} , 且 $z=\bar{z}$, 则 $b=0$, 故 z 一定不是纯虚数, B 正确; 显然 $z=|z|$ 是实数, 故 C 正确; 由 $|z|=\frac{1}{2}$ 得 $a^2+b^2=\frac{1}{4}$, 又 $a+b=1$, 故 $b=1-a$, 得 $8a^2-8a+3=0$, $\Delta=-32<0$, 方程无解, 故 $|z|$ 不可以等于 $\frac{1}{2}$.)

12. ACD(提示: 韦达定理在复数范围内成立, 故 A 正确; $|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2}$ 中左边为实数, 而右边可能为虚数, 故 B 错误; 当 $\Delta=b^2-4ac>0$ 时, 方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实根, 当 $\Delta=b^2-4ac<0$ 时, 方程有两个共轭虚根, 故 C 正确; 显然 D 是正确的.)

13. $\pm i$ (提示: 由题设条件, 得 $z=2+2i$ 或 $z=2-2i$. 当 $z=2+2i$ 时, $\bar{z}=2-2i$, $\frac{\bar{z}}{z}=\frac{2-2i}{2+2i}=-i$; 当 $z=2-2i$ 时, $\bar{z}=2+2i$, $\frac{\bar{z}}{z}=\frac{2+2i}{2-2i}=i$.)

14. $-\frac{1}{2}(x-1+\sqrt{5}i)(x-1-\sqrt{5}i)$ (提示: 由 $-\frac{1}{2}x^2+x-3=0$, 解得 $x=1\pm\sqrt{5}i$, 所以 $-\frac{1}{2}x^2+x-3=-\frac{1}{2}(x-1+\sqrt{5}i)(x-1-\sqrt{5}i)$.)

15. $\{-2, 2\}$ (提示: $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2n} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2n} = \left[\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2\right]^n + \left[\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2\right]^n = \left(\frac{2i}{-2i}\right)^n + \left(\frac{-2i}{2i}\right)^n = 2 \times (-1)^n$. 所以, 当 n 为奇数时, $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2n} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2n} = -2$, 当 n 为偶数时, $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2n} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2n} = 2$.)

16. 2(提示: $z \otimes \bar{z} = \frac{|z| \cdot |\bar{z}|}{2} = \frac{2\sqrt{x^2+y^2}}{2} = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(x+y)^2-2xy}$. 因为 $x+y=2\sqrt{2}$, 所以 $xy \leq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 = 2$, 所以 $z \otimes \bar{z} \geq \sqrt{8-2 \times 2} = 2$. 即 $z \otimes \bar{z}$ 的最小值为 2.)

17. 【解答】(1) 因为 $z=1-i$, 所以 $z^2-z=(1-i)^2-(1-i)=-2i-1+i=-1-i$.

(2) 由图可知, $z_1=2i, z_2=2+i$, 所以 $\frac{z_1+z_2}{z} = \frac{2i+(2+i)}{1-i} = -\frac{1}{2} + \frac{5}{2}i$.

18. 【解答】(1) 因为 $m=2$, 所以 $z=2+5i, \bar{z}=2-5i, z \cdot \bar{z}=(2+5i)(2-5i)=29$.

(2) 复数 $z=(m^2-m)+(m+3)i$ 在复平面内对应的点为 $Z(m^2-m, m+3)$, 因为点 Z 在直线 $y=x$ 上, 所以 $m^2-m=m+3$, 解得 $m=-1$ 或 $m=3$.

19. 【解答】(1) 设 $z=a+bi(a, b \in \mathbf{R})$, 则 $z^2=a^2-b^2+2abi$. 由题意得 $a^2+b^2=2$ 且 $2ab=2$, 解得 $a=b=1$ 或 $a=b=-1$. 所以, $z=1+i$ 或 $z=-1-i$.

(2) 当 $z=1+i$ 时, $z^2=2i, z-z^2=1-i, A(1, 1), B(0, 2), C(1, -1), S_{\triangle ABC}=1$.

当 $z=-1-i$ 时, $z^2=2i, z-z^2=-1-3i, A(-1, -1), B(0, 2), C(-1, -3), S_{\triangle ABC}=1$.

20. 【解答】(1) 因为 $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, 所以 $\omega^2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i = \bar{\omega}, \omega^3 = 1, \omega^2 + \omega + 1 = 0$.

故 $(\omega+2\omega^2)^2 + (2\omega+\omega^2)^2 = \omega^2 + 4\omega^3 + 4\omega^4 + 4\omega^2 + 4\omega^3 + \omega^4 = 5\omega^2(\omega^2+\omega+1) + 3\omega^3 = 3$.

(2) 由(1)可知, $\omega^2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i = \bar{\omega}, \omega^3 = 1$, 所以 $\omega^n = \begin{cases} 1, & n=3k, \\ \omega, & n=3k-2, k \in \mathbf{N}^*, \\ \bar{\omega}n=3k-1. \end{cases}$

作业五

1. B(提示: 因为向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $\mathbf{a}+\mathbf{b}=(1, 3)$, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}=1$, 所以 $(\mathbf{a}+\mathbf{b})^2=\mathbf{a}^2+2\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}+\mathbf{b}^2=\mathbf{a}^2+2+\mathbf{b}^2=10$, 从而 $\mathbf{a}^2+\mathbf{b}^2=8$, 所以 $|\mathbf{a}-\mathbf{b}|=\sqrt{(\mathbf{a}-\mathbf{b})^2}=\sqrt{\mathbf{a}^2-2\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}+\mathbf{b}^2}=\sqrt{8-2}=\sqrt{6}$.)

2. C(提示: $\because |\mathbf{a}|=\mathbf{b}=|\mathbf{a}-\mathbf{b}|$, $\therefore (\mathbf{a}-\mathbf{b})^2=2\mathbf{a}^2-2\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}=\mathbf{a}^2$, $\therefore \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}=\frac{1}{2}\mathbf{a}^2$, $\therefore |\mathbf{a}+\mathbf{b}|=\sqrt{2\mathbf{a}^2+\mathbf{a}^2}=\sqrt{3}|\mathbf{a}|$, \mathbf{a}

$\cdot)(\mathbf{a}+\mathbf{b})=\mathbf{a}^2+\frac{1}{2}\mathbf{a}^2=\frac{3}{2}\mathbf{a}^2$, $\therefore \cos \theta=\frac{\mathbf{a} \cdot (\mathbf{a}+\mathbf{b})}{|\mathbf{a}| |\mathbf{a}+\mathbf{b}|}=\frac{\frac{3}{2}\mathbf{a}^2}{\sqrt{3}\mathbf{a}^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, 故选 C.

3. B(提示: 因为 $z=\frac{a-2i}{1+i}=\frac{(a-2i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{a-2}{2}-\frac{a+2}{2}i$, 由条件得 $\begin{cases} \frac{a-2}{2}=0, \\ \frac{a+2}{2} \neq 0, \end{cases}$ 解得 $a=2$.)

4. D(提示: 因为 $z=e^{\frac{\pi}{4}}=\cos \frac{\pi}{4}+i \sin \frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$, 所以 $\bar{z}=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$.)

5. D(提示: 由题意可得 $z=\frac{3-6i}{2+i}=-3i$, 据此可知复数 z 的虚部为 -3 .)

6. D(提示: 因为 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{c}$, $\mathbf{b} \parallel \mathbf{c}$, 所以 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$. 又 $\mathbf{a}=(1, x)$, $\mathbf{b}=(4, -1)$, 所以 $1 \times (-1) - 4x = 0$, 解得 $x = -\frac{1}{4}$.)

7. C(提示: 由题意知 $\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AF}=-\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}=-\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE})=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{5}{6}\overrightarrow{AD}$.)

8. A(提示: 因为 $\mathbf{F}=\mathbf{F}_1+\mathbf{F}_2=(-1, 2)$, $\overrightarrow{AB}=(-6, 5)$, 所以 $\mathbf{F} \cdot \overrightarrow{AB}=6+10=16$.)

9. ACD(提示: 对于 A, 当 $b=0$ 时命题不成立; 对于 B, 由分配律可知命题成立; 对于 C, 当 $|\mathbf{a}|=|\mathbf{b}|$, 且 \mathbf{a} 与 \mathbf{c} 的夹角和 \mathbf{b} 与 \mathbf{c} 的夹角不相等时, $|\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}| \neq |\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}|$, 命题不成立; 对于 D, 由 $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$ 与 \mathbf{c} 同向, $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})$ 与 \mathbf{a} 同向, 故当 \mathbf{c} 与 \mathbf{a} 不同向时, $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} \neq \mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})$, 故 D 不成立.)

10. CD(提示: 因为 $z=\frac{i}{1-2i}=-\frac{2}{5}+\frac{1}{5}i$, 所以复数 z 的虚部为 $\frac{1}{5}$, 故 A 错误; $\bar{z}=-\frac{2}{5}-\frac{i}{5}$, 故 B 错误; 又 $|z|=\sqrt{\left(-\frac{2}{5}\right)^2+\left(\frac{1}{5}\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{5}$, 故 C 正确; 在复平面内与 z 对应的点为 $\left(-\frac{2}{5}, \frac{1}{5}\right)$, 在第二象限, 故 D 正确.)

11. AC(提示: 线段 AB 的中点为 M , 则 $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})=\frac{1}{2}(x_1+x_2)\mathbf{e}_1+\frac{1}{2}(y_1+y_2)\mathbf{e}_2$, 所以点 M 的广义坐标为 $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$, 故 A 正确; 由于该坐标系不一定是平面直角坐标系, 故 B 错误; 由向量 $\overrightarrow{OA}=\lambda \overrightarrow{OB}$, 得 $(x_1, y_1)=\lambda(x_2, y_2)$, 所以 $x_1y_2=x_2y_1$, 故 C 正确; 因为 $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$, 所以 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}=0$, 即 $x_1x_2\mathbf{e}_1^2+(x_1y_2+x_2y_1)\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2+y_1y_2\mathbf{e}_2^2=0$, 故 $x_1y_2+x_2y_1=0$.)

12. ABD(提示: 因为 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AC}| |\overrightarrow{AB}| \cos A=|\overrightarrow{AD}| |\overrightarrow{AB}|$, 由射影定理可得 $|\overrightarrow{AC}|^2=\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$, 故 A 正确; 因为 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}=|\overrightarrow{BA}| |\overrightarrow{BC}| \cos B=|\overrightarrow{BA}| |\overrightarrow{BD}|$, 由射影定理得 $|\overrightarrow{BC}|^2=\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$, 故 B 正确; 由 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CD}=|\overrightarrow{AC}| |\overrightarrow{CD}| \cos(\pi-\angle ACD) < 0$, $|\overrightarrow{AB}|^2 > 0$ 知 C 错误; 又易知 $\text{Rt} \triangle ACD \sim \text{Rt} \triangle ABC$, 所以 $|\overrightarrow{AC}| |\overrightarrow{BC}|=|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{CD}|$, 结合选项 A, B 可得 $|\overrightarrow{CD}|^2=\frac{(\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}) \times (\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC})}{|\overrightarrow{AB}|^2}$, 故 D 正确.)

13. $\sqrt{5}$ (提示: 因为 $\frac{a}{1+i}=\frac{a}{2}-\frac{a}{2}i=1+bi$, 所以 $\begin{cases} \frac{a}{2}=1, \\ b=-\frac{a}{2}, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=2, \\ b=-1. \end{cases}$ 故 $|a+bi|=|2-i|=\sqrt{5}$.)

14. 2 或 -1 (提示: 因为 $\overrightarrow{BQ} \cdot \overrightarrow{CP} = (\overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AB}) \cdot (\overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AC}) = [(1-\lambda)\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}] \cdot (\lambda\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) = (\lambda - \lambda^2 + 1)\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - (1-\lambda)\overrightarrow{AC}^2 - \lambda\overrightarrow{AB}^2$, 因为 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \times 2 \times \cos 60^\circ = 2$, $\overrightarrow{AC}^2 = \overrightarrow{AB}^2 = 4$, 所以 $\overrightarrow{BQ} \cdot \overrightarrow{CP} = 2(\lambda - \lambda^2 + 1) - 4(1-\lambda) - 4\lambda = 2\lambda - 2\lambda^2 - 2 = -6$, 解得 $\lambda = -1$ 或 2 .)

15. 第四 (提示: 由 $(1+i)z = 3+i$, 得 $z = \frac{3+i}{1+i} = 2-i$, 所以复数 z 的复平面上对应的点位于第四象限.)

16. $2\sqrt{3}$ (提示: 因为 $\mathbf{u} = (2, 0)$, $\mathbf{u} - \mathbf{v} = (1, -\sqrt{3})$, 所以 $\mathbf{v} = \mathbf{u} - (\mathbf{u} - \mathbf{v}) = (1, \sqrt{3})$, $|\mathbf{u}| = 2$, $|\mathbf{v}| = 2$, $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 2$, 所以 $\cos \langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}||\mathbf{v}|} = \frac{2}{2 \times 2} = \frac{1}{2}$, 故 $\sin \langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 所以 $|\mathbf{u} * \mathbf{v}| = 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.)

17. 【解答】(1) 设 $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbf{R}$, $b \neq 0$), 则 $\omega = z + \frac{1}{z} = a+bi + \frac{1}{a+bi} = a + \frac{a}{a^2+b^2} + \left(b - \frac{b}{a^2+b^2}\right)i$. 因为 ω 是实数, 所以 $b - \frac{b}{a^2+b^2} = 0$. 又 $b \neq 0$, 故 $a^2+b^2 = 1$, 即 $|z| = 1$, 此时 $\omega = 2a$. 因为 $-1 < \omega < 2$, 所以 $-\frac{1}{2} < a < 1$, 即 z 的实部的取值范围是 $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$.

(2) 证明: 因为 $u = \frac{1-z}{1+z} = \frac{1-(a+bi)i}{1+(a+bi)i} = \frac{[(1-a)-bi][(1+a)-bi]}{(1+a)^2+b^2} = \frac{1-a^2-b^2-2bi}{1+a^2+b^2+2a}$. 又 $a^2+b^2 = 1$, 所以 $u = -\frac{1}{1+a}i$. 又 $b \neq 0$, $-\frac{1}{2} < a < 1$, 所以 u 为纯虚数.

18. 【解答】(1) 因为 $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$, 所以 \overrightarrow{OB} 对应的复数为 $(3+2i) + (-2+4i) = 1+6i$. 即点 B 所对应的复数 $z_0 = 1+6i$.

(2) 设复数 z 所对应的点为 Z , 则 $|z - z_0| = 1$ 表示点 Z 到点 $B(1, 6)$ 的距离为 1, 故复数 z 所对应的点 Z 的集合是以 $B(1, 6)$ 为圆心, 1 为半径的圆.

19. 【解答】(1) 因为 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 所以 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x = 0$, 解得 $\tan x = \sqrt{3}$.

(2) 因为 \mathbf{a} 在 \mathbf{b} 上的投影向量的长度为 $\frac{1}{2}$, 所以向量 \mathbf{a} 与向量 \mathbf{b} 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$. 当夹角为 $\frac{\pi}{3}$ 时, $\cos \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle =$

$$\frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}||\mathbf{b}|} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x}{1 \times 1} = \frac{1}{2}, \text{ 即得 } \sin \left(\frac{\pi}{3} - x \right) = \frac{1}{2}. \text{ 又 } x \in \left(0, \frac{\pi}{2} \right), \text{ 所以 } \frac{\pi}{3} - x \in \left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3} \right), \text{ 故 } \frac{\pi}{3} - x = \frac{\pi}{6}, x =$$

$$\frac{\pi}{6}. \text{ 当夹角为 } \frac{2\pi}{3} \text{ 时, } \cos \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}||\mathbf{b}|} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x}{1 \times 1} = -\frac{1}{2}, \text{ 即得 } \sin \left(\frac{\pi}{3} - x \right) = -\frac{1}{2}. \text{ 又 } \frac{\pi}{3} - x \in \left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3} \right),$$

所以无解. 综上可知, x 的值为 $\frac{\pi}{6}$.

20. 【解答】(1) $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\mathbf{b} - \frac{1}{3}\mathbf{a}$, $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\mathbf{a} + \frac{2}{3}\mathbf{b}$.

(2) 因为 $EF \perp EG$, 所以 $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{EG} = \frac{2}{9}(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{a}) = \frac{2}{9}(|\mathbf{b}|^2 - |\mathbf{a}|^2) = 0$, 即 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EG} = \mathbf{a} \cdot \left(\frac{2}{3}\mathbf{a} + \frac{2}{3}\mathbf{b} \right) = \frac{2}{3}|\mathbf{a}|^2 + \frac{2}{3}|\mathbf{a}||\mathbf{b}|\cos A = 2|\mathbf{a}||\mathbf{b}|\cos A$, 即 $\frac{2}{3} + \frac{2}{3}\cos A = 2\cos A$, 解得 $\cos A = \frac{1}{2}$. 又因为 $A \in (0, \pi)$, 所以 $A = \frac{\pi}{3}$.

作业六

1. B (提示: 对于 A, 当 $\lambda > 0$ 时, \mathbf{a} 与 $\lambda\mathbf{a}$ 的方向相同, 故 A 不对; 对于 B, 因为 λ 是非零实数, 所以 $\lambda^2 > 0$, \mathbf{a} 与

$\lambda^2 \mathbf{a}$ 的方向相同, 故 B 正确; 对于 C 和 D, 当 $|\lambda| < 1$ 时, $|\lambda \mathbf{a}| < |\mathbf{a}|$, 故 C、D 不对.)

2. D(提示: 原式 = $\frac{(-1+\sqrt{3}i)^3(-2+i)(1-2i)}{[(1+i)^2]^3+(1+2i)(1-2i)} = 2i$.)

3. D(提示: 过点 D 作 $CE \perp x$ 轴于点 E. 由 $\angle AOC = \frac{\pi}{4}$, 知 $|OE| = |CE| = 2$, 所以 $\vec{OC} = \vec{OE} + \vec{OB} = \lambda \vec{OA} + \vec{OB}$, 即 $\vec{OE} = \lambda \vec{OA}$, 所以 $(-2, 0) = \lambda(-3, 0)$, $\lambda = \frac{2}{3}$.)

4. A(提示: 设非零向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 的夹角为 θ , 由题意 $(\mathbf{a}-\mathbf{b}) \cdot (3\mathbf{a}+2\mathbf{b}) = 3\mathbf{a}^2 - \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{b}^2 = 0$, 即 $3|\mathbf{a}|^2 - |\mathbf{a}||\mathbf{b}|\cos\theta - 2|\mathbf{b}|^2 = 0$, 所以 $3 \times \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2 - \frac{2\sqrt{2}}{3}\cos\theta - 2 = 0$, 解得 $\theta = \frac{\pi}{4}$.)

5. C(提示: 因为 $z = \frac{4i}{(1-i)^2} + i^{2023} = \frac{4i}{-2i} + (i^4)^{505} \cdot i^3 = -2-i$, 所以复数 z 的复平面内对应的点的坐标为 $(-2, -1)$, 位于第三象限, 选 C.)

6. D(提示: 在 A 中, 若 $|z_1 - z_2| = 0$, 则 $z_1 = z_2$, 进而 $\bar{z}_1 = \bar{z}_2$; 若 $z_1 = \bar{z}_2$, 则 $\bar{z}_1 = \bar{\bar{z}_2} = z_2$; 若 $|z_1| = |z_2|$, 则 $|z_1|^2 = |z_2|^2$, 进而 $z_1 \cdot \bar{z}_1 = z_2 \cdot \bar{z}_2$. 取 $z_1 = 1, z_2 = i$, 则 $|z_1| = |z_2|$, 但 $z_1^2 \neq z_2^2$. 故 ABC 都对, 但 D 不对.)

7. B(提示: 取 CF 的中点 G, 连接 EG. 因为 E 为 BC 的中点, 所以 $EG \parallel BF$, 即 $EG \parallel MF$. 易知 F 为 AG 的中点, 所以 M 为 AE 的中点. $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AE} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}$, 所以 $\vec{MA} = -\frac{1}{4}\vec{AB} - \frac{1}{4}\vec{AC}$. 又 $\vec{BM} = \frac{1}{2}(\vec{BA} + \vec{BE}) = \frac{1}{2}(\vec{BA} + \frac{1}{2}\vec{BC}) = \frac{1}{2}\left[-\vec{AB} + \frac{1}{2}(\vec{AC} - \vec{AB})\right] = -\frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}$, 所以 $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = \left(-\frac{1}{4}\vec{AB} - \frac{1}{4}\vec{AC}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}\right) = \frac{3}{16}\vec{AB}^2 - \frac{1}{8}\vec{AB} \cdot \vec{AC} + \frac{1}{16}\vec{AC}^2 = -\frac{3}{16} \times 12^2 - \frac{1}{8} \times 12 \times 12 \times \cos 60^\circ + \frac{1}{16} \times 12^2 = -27$.)

8. D(提示: 因为 AD 为 BC 边上的高, 则在直角三角形 ABD 中, $AB = 2\sqrt{3}, \angle B = \frac{\pi}{6}$, 则 $BD = 3 = \frac{3}{4}BC$, 故 $\vec{AO} = \frac{1}{2}\vec{AD} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{BD}) = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{3}{8}\vec{BC}$, 所以 $\lambda = \frac{1}{2}, \mu = \frac{3}{8}, \frac{\lambda}{\mu} = \frac{4}{3}$.)

9. AC(提示: 因为平面上任意两个不共线的向量都可以作为基底, 对于 A, \vec{AD} 与 \vec{AB} 不共线, 可作为基底; 对于 B, \vec{DA} 与 \vec{BC} 为共线向量, 不能作为基底; 对于 C, \vec{CA} 与 \vec{DC} 是两个不共线的向量, 可作为基底; 对于 D, \vec{OD} 与 \vec{OB} 在同一条直线上, 不可作为基底.)

10. ACD(提示: 设 $D(x, y)$, 若 $\vec{AB} = \vec{CD}$, 则 $(1, 1) = (x-3, 2-y)$, 解得 $x=4, y=1$, 即 $D(4, 1)$; 若 $\vec{AB} = \vec{DC}$, 则 $(1, -1) = (3-x, 2-y)$, 解得 $x=2, y=3$, 即 $D(2, 3)$; 若 $\vec{AD} = \vec{CB}$, 则 $(x, y-1) = (-2, -2)$, 解得 $x=-2, y=-1$, 即 $D(-2, -1)$.)

11. AC(提示: 因为 $A(1, 3), B(4, -1)$, 所以 $\vec{AB} = (3, -4)$, 则与向量 \vec{AB} 同向的单位向量为 $\frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|} = \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$, 与向量 \vec{AB} 反向的单位向量为 $\frac{-\vec{AB}}{|\vec{AB}|} = \left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$.)

12. ABC(提示: 以 A 为原点, 以 AB, AD 所在直线为 x 轴, y 轴建立平面直角坐标系, 则 $A(0, 0), B(1, 0), C(1, 2), D(0, 2)$, 因为动点 P 在以点 C 为圆心且与 BD 相切的圆上, 设圆的半径为 r, 因为 $BC=2, CD=1$, 所以 $BD = \sqrt{2^2+1^2} = \sqrt{5}$, $\frac{1}{2}BC \cdot CD = \frac{1}{2}BD \cdot r$, 解得 $r = \frac{2}{\sqrt{5}}$, 圆 C 的方程是 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = \frac{4}{5}$. 设点 $P\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\cos\theta + 1, \frac{2\sqrt{5}}{5}\sin\theta + 2\right)$, 由 $\vec{AP} = \lambda\vec{AB} + \mu\vec{AD}$, 得 $\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\cos\theta + 1, \frac{2\sqrt{5}}{5}\sin\theta + 2\right) = \lambda(1, 0) + \mu(0, 2) = (\lambda, 2\mu)$, 解得 $\lambda + \mu = \frac{2\sqrt{5}}{5}\cos\theta + \frac{\sqrt{5}}{5}\sin\theta +$

$2 = \sin(\theta + \varphi) + 2$, 其中 $\tan \varphi = 2$. 因为 $-1 \leq \sin(\theta + \varphi) \leq 1$, 所以 $1 \leq \lambda + \mu \leq 3$, 故正确的答案为 ABC.)

13. $-1+i$ (提示: 由题意, 得 $(1+i) \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right) = (1+i)i = -1+i$.)

14. 2 (提示: 由题意知 $|a| = |b| = 1$, $\langle a, b \rangle = 60^\circ$, 因为 $c = ta + (1-t)b$, 所以 $b \cdot c = ta \cdot b + (1-t)|b|^2 = t \times 1 \times 1 \times \frac{1}{2} + (1-t) \times 1 = 1 - \frac{t}{2}$. 因为 $b \cdot c = 0$, 所以 $1 - \frac{t}{2} = 0$, $t = 2$.)

15. 4 (提示: 设 BC 的中点为 D , 因为 G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 所以 $\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{BD} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AC})$, $\vec{BC} = \vec{AC} - \vec{AB}$, 所以 $\vec{AG} \cdot \vec{BC} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AC}) \cdot (\vec{AB} - \vec{AC}) = \frac{1}{3}(|AC|^2 - |AB|^2) = \frac{1}{3}(4^2 - 2^2) = 4$.)

16. 2, $[2, 2\sqrt{3}]$ (提示: 以 AC 所在直线为 x 轴, BD 所在直线为 y 轴建立直角坐标系. 由 $\angle BAD = 60^\circ$, $|AB| = 2$ 可知 $\triangle ABC$ 为正三角形, $|AO| = \sqrt{3}$, $|DO| = 1$, 所以 $A(-\sqrt{3}, 0)$, $C(\sqrt{3}, 0)$, $D(0, 1)$, $\vec{AC} = (2\sqrt{3}, 0)$, $\vec{AD} = (\sqrt{3}, 1)$. 因为 D, E, C 三点共线, 所以 $\vec{AE} = x\vec{AC} + (1-x)\vec{AD}$, $0 \leq x \leq 1$, 即 $\vec{AE} = x(2\sqrt{3}, 0) + (1-x)(\sqrt{3}, 1) = (\sqrt{3}(1+x), 1-x)$, $\vec{BD} = (0, 2)$, 故 $\vec{AE} \cdot \vec{BD} = 2(1-x)$. 又 $0 \leq x \leq 1$, 所以 $0 \leq \vec{AE} \cdot \vec{BD} = 2(1-x) \leq 2$, 故 $\vec{AE} \cdot \vec{BD}$ 的最大值为 2. 又 $|\vec{AE}| = \sqrt{3(1+x)^2 + (1-x)^2} = \sqrt{4x^2 + 4x + 4} = 2\sqrt{x^2 + x + 1}$, 由 $0 \leq x \leq 1$ 可知 $|\vec{AE}| \in [2, 2\sqrt{3}]$.)

17. 【解答】(1) 设 $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbf{R}$), 则 $z + 2i = x + (y+2)i$, $\frac{z}{2-i} = \frac{x+iy}{2-i} = \frac{(2x-y) + (x+2y)i}{5}$, 由条件得 $y+2=0$, 且 $x+2y=0$. 所以, $x=4, y=-2, z=4-2i$.

(2) 因为 $(z+ai)^2 = (4-2i+ai)^2 = (12+4a-a^2) + 8(a-2)i$. 由条件, 得 $\begin{cases} 12+4a-a^2 > 0, \\ 8(a-2) > 0, \end{cases}$ 解得 $2 < a < 6$. 故实数 a 的取值范围是 $(2, 6)$.

18. 【解答】(1) 在 $\triangle ABC$ 中, 由正弦定理得 $b \sin C = c \sin B$, 又由 $3c \sin B = 4a \sin C$, 得 $3b \sin C = 4a \sin C$, 即 $3b = 4a$. 又因为 $b+c=2a$, 所以 $b = \frac{4}{3}a, c = \frac{2}{3}a$. 由余弦定理, 得 $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{a^2 + \frac{4}{9}a^2 - \frac{16}{9}a^2}{2a \cdot \frac{2}{3}a} = -\frac{1}{4}$.

(2) 由(1)可知, $\sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B} = \frac{\sqrt{15}}{4}$, 从而 $\sin 2B = 2 \sin B \cos B = -\frac{\sqrt{15}}{8}$, $\cos 2B = \cos^2 B - \sin^2 B = -\frac{7}{8}$, 故 $\sin \left(2B + \frac{\pi}{6} \right) = \sin 2B \cos \frac{\pi}{6} + \cos 2B \sin \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{15}}{8} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{7}{8} \times \frac{1}{2} = -\frac{3\sqrt{5}+7}{16}$.

19. 【解答】(1) 由题意, 得 $a \leq x \leq 2a$. 因为 $S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$, 所以 $\frac{1}{2} x \cdot AE \sin 60^\circ = \frac{1}{4} AB^2 \sin 60^\circ$, 化简得 $AE = \frac{2a^2}{x}$. 在 $\triangle ADE$ 中, 由余弦定理得 $y^2 = x^2 + \frac{4a^4}{x^2} - 2a^2$, 所以 $y = \sqrt{x^2 + \frac{4a^4}{x^2} - 2a^2}$ ($a \leq x \leq 2a$).

(2) 令 $x^2 = t$, 则 $a^2 \leq t \leq 4a^2$, $y = \sqrt{t + \frac{4a^4}{t} - 2a^2}$. 令 $f(t) = t + \frac{4a^4}{t} - 2a^2$, $t \in [a^2, 4a^2]$. 当 $t \in [a^2, 2a^2]$ 时, 易证 $f(t)$ 在 $[a^2, 2a^2]$ 上为单调减函数, 同理可得 $f(t)$ 在 $[2a^2, 4a^2]$ 上为单调增函数. 又 $f(a^2) = 3a^2, f(2a^2) = 2a^2, f(4a^2) = 3a^2$, 所以, 当 $t = 2a^2$, 即 $x = \sqrt{2}a$ 时, y 有最小值 $\sqrt{2}a$, 此时 $DE \parallel BC$, 且 $AD = \sqrt{2}a$; 当 $t = a^2$ 或 $4a^2$ 时, 即 $x = a$ 或 $2a$ 时, y 有最大值 $\sqrt{3}a$, 此时 DE 为 $\triangle ABC$ 中 AB 边或 AC 边的中线.

作业七

1. A (提示: 当摆放成正四面体时, 所需的木棒最少, 且满足构成 4 个边长为 1 的正三角形的要求, 故至少需要的

木棒的根数为 6.)

2. A(提示: 根据题意及选项, 可知顺序为②年①③.)

3. A(提示: 设圆锥的底面半径为 r , 母线长为 l , 高为 h , 因为圆锥的轴截面是等腰直角三角形, 所以 $2r = \sqrt{l^2 + l^2}$, 即 $l = \sqrt{2}r$. 由题意, 得 $S_{\text{侧}} = \pi rl = \sqrt{2}\pi r^2 = 16\sqrt{2}\pi$, 解得 $r = 4$, 所以 $l = 4\sqrt{2}$, $h = \sqrt{l^2 - r^2} = 4$, 圆锥的体积为 $\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 4 = \frac{64\pi}{3}$.)

4. A(提示: 平面 α 内存在无数条直线与直线 l 异面, 故 A 正确; 平面内不存在直线与直线 l 平行, 故 B 错误; 平面内存在无数条直线与直线 l 相交, 故 C 错误; 平面内的直线与直线 l 可能相交也可能异面, 故 D 错误.)

5. B(提示: 由祖暅原理可知, 则 $S_1 = S_2$ 一定可推出 $V_1 = V_2$, 但反之不成立, 如两个相同的棱锥, 若一个倒放着, 另一个正放着, 则体积相同但截面积不同.)

6. D(提示: 过直线 l 外两点作与 l 平行的平面, 若这两点所在直线与 l 相交, 则这样的平面不存在; 若这两点所在直线与 l 异面, 则这样的平面有且只有一个; 若这两点所在直线与 l 平行, 则这样的平面有无数.)

7. D(提示: 不难举例说明.)

8. D(提示: 因为直线 $m \parallel$ 直线 n , 且 $m \parallel$ 平面 α , 所以当 n 不在平面 α 内时, $n \parallel \alpha$; 当 n 在平面 α 内时, 也符合条件, 所以 n 与 α 的位置关系是 $n \parallel \alpha$ 或 $n \subset \alpha$.)

9. ABD(提示: 由平面的基本性质, 可知三角形一定是平面图形, 故 A 正确; 同理, 若四边形的两条对角线相交于一点, 则该四边形是平面图形, 故 B 正确; 当圆上两点为直径的两个端点时, 圆心和圆上两点共线, 不能确定一个平面, 故 C 错误; 当三条平行线不在同一个平面上时, 可能作确定一个由三个平面组成的图形. 故正确的选项为 ABD.)

10. ABD(提示: 在菱形 $ABCD$ 中, 易知 $AC \perp BD$. 连接 ME , 则 $ME \perp BD$. 因为 $CE \perp BD$, 所以 $BD \perp$ 平面 MCE , $MC \perp BD$, 故 A 正确; 由题意可知, $AB = BC = CD = DA = BD$, 当三棱锥 $M - BCD$ 是正四面体时, $\triangle CDM$ 为等边三角形, 故 B 正确; 当三棱锥 $M - BCD$ 是正四面体时, $DM \perp BC$, 故 C 不正确; 当平面 BDM 与平面 BDC 垂直时, 直线 DM 与平面 BCD 所成的角最大为 60° , 故 D 正确.)

11. ACD(提示: 将平面展开图还原, 显然 AE, BF 异面, 可知 A 正确; 易得 $EF \parallel BC$, 又 $BC \parallel AD$, 所以 $EF \parallel AD$, 故得 $EF \parallel$ 平面 PAD , 可知 C 正确; 易知四边形 $ABCD$ 为梯形, 可知 B 错误; 又因为 $EF \parallel BC$, 可知 $EF \parallel$ 平面 $ABCD$, 故 D 正确.)

12. BCD(提示: 连接 AD_1 , 由 $P_1P_2 \parallel$ 平面 A_1ADD_1 , 得 $AD_1 \parallel P_1P_2$, 进而得 $\triangle CP_1P_2 \sim \triangle AD_1B$. 设 $P_1B = x (0 < x < 1)$, 则 $P_1P_2 = \sqrt{2}x$, P_2 到平面 AA_1B_1B 的距离为 x , 故四面体 $P_1 - P_2AB_1$ 的体积为 $V = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} (1-x) \times 1 \times x = \frac{1}{6} (x-x^2)$, 当 $x = \frac{1}{2}$ 时, 体积取得最大值 $\frac{1}{24}$, 故 BCD 错误.)

13. 3 : 2(提示: 作圆锥的截面图, 设球的半径为 R , 则圆锥的高为 $h = 3R$, 圆锥的底面圆半径 $r = \sqrt{3}R$, 母线长 $l = 2\sqrt{3}R$, 所以 $\frac{S_{\text{圆锥侧}}}{S_{\text{球}}} = \frac{\pi rl}{4\pi R^2} = \frac{\pi \times \sqrt{3}R \times 2\sqrt{3}R}{4\pi R^2} = \frac{3}{2}$.)

14. 90(提示: 原来正二十面体的每一条棱都会保留, 正二十面体的每个面有 3 条棱, 每条棱属于两个面, 所以它共有 $\frac{3 \times 20}{2} = 30$ 条棱. 此外, 每个面会产生 3 条新棱, 共产生 $3 \times 20 = 60$ 条新棱. 所以共有 90 条棱.)

15. $\frac{1}{2}$ (提示: 易知 $Q_2 = f_\beta(f_\gamma(P)) = f_\beta(C)$, 所以点 Q_2 是 C_1D 的中点. 又 $Q_1 = f_\gamma(f_\beta(P))$, 所以 Q_1 在棱 CD 上. 所以, Q_1Q_2 的最小值即面对角线 C_1D 的中点到正方体的边 CD 的距离为 $\frac{1}{2}$.)

16. $\frac{8\sqrt{6}\pi}{729}$ (提示: 六面体每个面都为边长为 1 的正三角形, 面积为 $S = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$. 要呈球状的馅的体积最大, 则球与六面体的各面相切. 连接球心与每个顶点, 把六面体分成六个小三棱锥. 设球的半径为 R , 则六面体的体积可表示为 $V = 6 \times \left(\frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} R \right)$. 又六面体可以看成由两个底面积为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$, 高为 $h = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ 的正四面体合成的, 故其体积又可表示为 $V = 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{\sqrt{6}}{3}$, 因此 $6 \times \left(\frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} R \right) = 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{\sqrt{6}}{3}$, 解得 $R = \frac{\sqrt{6}}{9}$. 故粽子馅的最大体积为 $\frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{8\sqrt{6}\pi}{729}$.)

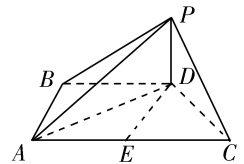
17. 【解答】因为在矩形 AA_1B_1B 中, E 为 A_1B_1 的中点, 所以 AA_1 与 BE 不平行, 则 AA_1 的延长线与 BE 相交于一点, 设此点为 G , 则 $G \in AA_1$, $G \in BE$. 又 $AA_1 \subset$ 平面 ACC_1A_1 , $BE \subset$ 平面 BEF , 所以 $G \in$ 平面 ACC_1A_1 , $G \in$ 平面 BEF , 所以平面 ACC_1A_1 与平面 BEF 相交.

18. 【解答】设圆柱的底面半径为 r cm, 圆柱的高为 h_1 cm.

(1) 由题意, 得 $2\pi r = 24\pi$, 解得 $r = 12$, $h_1 = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16$. 所以, “笼具”的体积 $= 30\pi r^2 - \frac{1}{3}\pi r^2 h_1 = \frac{74}{3}\pi \times 12^2 = 3\,552\pi \approx 11\,158.9$ cm³.

(2) 圆柱的侧面积 $= 2\pi r \times 30 = 720\pi$ cm², 圆柱的底面积 $= \pi r^2 = 144\pi$ cm², 圆锥的侧面积 $= \pi r \times 20 = 240\pi$ cm². 所以, “笼具”的表面积 $= 720\pi + 144\pi + 240\pi = 1\,104\pi$ cm². 故制作 50 个“笼具”共需 $\frac{1\,104\pi \times 50 \times 8}{10^4} = \frac{1\,104\pi}{25} \approx 139$ 元.

19. 【解答】(1) 如图, 取 BC 的中点 E , 连接 DE . 因为 $BC = 2AD$, 所以 $AD = BE$. 又因为 $AD \parallel BC$, 且 $\angle ABC = 90^\circ$, 所以四边形 $ABED$ 是矩形. $DE \perp BC$. 又 $\angle BCD = 45^\circ$, 所以 $DE = CE = \frac{1}{2}BC$, $\triangle BCD$ 是直角三角形, $BD \perp CD$. 又 $PD \perp$ 底面 $ABCD$, $BD \subset$ 底面 $ABCD$, 所以 $BD \perp PD$. 由 $PD, CD \subset$ 平面 PCD , 且 $PD \cap CD = D$, 得 $BD \perp$ 平面 PCD . 又 $PC \subset$ 平面 PCD , 所以 $BD \perp PC$.

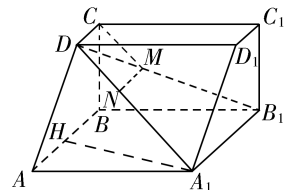


(2) 因为 $AD \parallel BC$, $AD \subset$ 平面 PAD , BC 不在平面 PAD 内, 所以 $BC \parallel$ 平面 PAD . 设平面 PAD 和平面 PBC 的交线为 l , 则 $BC \parallel l$. 连接 PE , 因为 $DE \perp BC$, $BC \perp PD$, $PD \cap DE = D$, 所以 $BC \perp$ 平面 PDE . 所以, $l \perp$ 平面 PDE , $l \perp PD$, $l \perp PE$, $\angle EPD$ 是平面 PAD 和平面 PBC 所成二面角的平面角. 设 $AD = 1$, 则 $BC = 2$. 由(1)知 $DE = 1$, $DC = \sqrt{2}$. 又 $PC = BC$, 所以 $PD = \sqrt{2}$. 在 $\triangle CPD$ 中, $\angle PDE = 90^\circ$, $PE = \sqrt{3}$, 所以 $\sin \angle EPD = \frac{ED}{PE} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. 所以, 平面 PAD 和平面 PBC 所成的角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

20. 【解答】(1) 过 A_1 作 $A_1H \perp AB$ 于 H , 由平面 $ABCD \perp$ 平面 ABB_1A_1 , 平面 $ABCD \cap$ 平面 $ABB_1A_1 = AB$, 知 $A_1H \perp$ 平面 $ABCD$, 易知 $A_1H = 3\sqrt{3}$. 所以, $V_{ABCD-A_1B_1C_1D_1} = S_{\text{梯形}ABCD} \cdot A_1H = \frac{1}{2} \times (2+6) \times 3 \times 3\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$.

(2) 存在. 证明如下:

当 $\frac{DM}{DB_1} = \frac{1}{3}$ 时, $CM \parallel$ 平面 DAA_1D_1 . 连接 DA_1 , 如图所示, 在 DB_1 上取点 M 使得 $\frac{DM}{DB_1} = \frac{1}{3}$, 在 DA_1 上取点 N 使得 $\frac{DN}{DA_1} = \frac{1}{3}$. 连接 MN , 则 $MB \parallel A_1B_1$, 且 $MN = 2$, 则 $MN = DC$. 又 $CD \parallel AB \parallel A_1B_1$, 所以 $MN \parallel CD$, 四边形 $CMND$ 为平行四边形. 所以, $CM \parallel DN$, $CM \parallel$ 平面 DAA_1D_1 .



作业八

1. D(提示: 无数个不是所有的点, 故 A 不对; 由线面平行的判定定理知, 缺少直线 l 在平面 α 之外的条件, 故 B 不对; 直线 l 在平面 α 内时, 满足直线 l 与平面 α 内的无数条直线平行, 故 C 不对; 由直线与平面平行的定义, 可知 A 对. 故选 D.)

2. A(提示: 连接 AC_1 . 易知 $AA_1 \perp$ 平面 ABC , 所以 $AA_1 \perp AB$, 又 $AB \perp AC$, $AA_1 \cap AC = A$, 所以 $AB \perp$ 平面 ACC_1A_1 . 因为 $A_1C \subset$ 平面 ACC_1A_1 , 所以 $AB \perp A_1C$. 当异面直线 BC_1 与 A_1C 相互垂直时, 由 $AB \cap BC_1 = B$, 可得 $A_1C \perp$ 平面 ABC_1 . 因为 $AC_1 \subset$ 平面 ABC_1 , 所以 $A_1C \perp AC_1$, 四边形 ACC_1A_1 为正方形, $\angle A_1CA = 45^\circ$, 反之亦然. 故选 A.)

3. A

4. D(提示: 不难举例说明.)

5. B(提示: 易知 $MN \parallel AB$, $MN = AB$, 进一步可得 $MN \parallel$ 平面 ABC . 又 $MN \subset$ 平面 $MNEF$, 平面 $MNEF \cap$ 平面 $ABC = EF$, 所以 $MN \parallel EF$, $EF \parallel AB$. 显然在 $\triangle ABC$ 中, $EF \neq AB$, 所以 $EF \neq MN$, 四边形 $MNEF$ 为梯形.)

6. C(提示: 要使 $\alpha \parallel \beta$ 成立, 需要其中一个平面内的两条相交直线与另一个平面平行, 当 m, n 是相交直线且 $n \subset \alpha$, $n \parallel \beta$ 时, 由两平面平行的判定定理得 $\alpha \parallel \beta$.)

7. D(提示: 将正四面体 $A-BCD$ 放入正方体中, 则正四面体的每一条棱都是正方体的面对角线, E, F 分别是上、下底面的中心, 所以 EF 与正方体垂直于底面的棱平行. 所以 $EF \perp AB$, $EF \perp CD$ 成立, 且 EF 与 AC, BD 所成的角都是 $\frac{\pi}{4}$.)

8. C

9. ABD(提示: AB 显然错误. 对于 C, 易知 $\angle OBC_1$ 是异面直线 EF 与 BC_1 所成的角或其补角, 设正方体的棱长为 1, 在 $\triangle BC_1O$ 中, $BC_1 = \sqrt{2}$, $OC_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $BO = EF = \frac{\sqrt{6}}{2}$, 所以 $\cos \angle OBC_1 = \frac{OB^2 + BC_1^2 - OC_1^2}{2OB \times BC_1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\angle OBC_1 = 30^\circ$, C 的说法正确; 同理得 $\angle OBB_1$ 是 EF 与 BB_1 所成的角, 在 $\triangle OBB_1$ 中求得 $\cos \angle OBB_1 = \frac{\sqrt{6}}{3}$, 故 D 说法错误.)

10. AC(提示: $PD = AD = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$, 在 $\triangle CPD$ 中, $PD^2 + CD^2 = PC^2$, 所以 $PD \perp CD$. 又易知 $CD \perp DE$, 所以 $CD \perp$ 平面 PED , 平面 $PED \perp$ 平面 $EBCD$, 做 A 正确; 若 $PC \perp ED$, 由 $ED \perp CD$, 可得 $ED \perp$ 平面 PDC , $ED \perp PD$, 但 $\angle EDP = \angle EDA = \frac{\pi}{4}$, 显然矛盾, 故 B 错误; 二面角 $P-DC-B$ 的平面角为 $\angle PDE = \angle ADE = \frac{\pi}{4}$, 故 C 正确; 由以上分析可知,

$\angle CPD$ 为直线 PC 与平面 PDE 所成的角, 在 $\text{Rt}\triangle CPD$ 中, $\tan \angle CPD = \frac{CD}{PD} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 故 D 错误.)

11. ABD(提示: 取 A_1D 的中点 F , 连接 MF, EF , 易知四边形 $BEFM$ 是平行四边形, 所以 $BM \parallel EF$, 又 $EF \subset$ 平面 A_1DE , $BM \not\subset$ 平面 A_1DE , 所以 $BM \parallel$ 平面 A_1DE , 与平面 A_1DE 垂直的直线必与 MB 垂直, 故 A 正确; 易知 $\angle A_1EF$ 为异面直线 BM 与 A_1E 所成的角, 为定值, 故 B 正确; 取 DC 的中点 N , 连接 AN, A_1O, NE, AA_1, A_1N , 易知四边形 $ADNE$ 为正方形, 所以 $AN \perp DE, A_1O \perp DE, A_1O \cap AN = O$, 所以 $DE \perp$ 平面 A_1AN , 过点 O 与 DE 垂直的直线一定在平面 A_1AN 内, 故 C 错误; 易知 O 为三棱锥 A_1-ADE 外接球的球心, 所以三棱锥 A_1-ADE 外接球的半径为 $\frac{\sqrt{2}}{2}AD$. 故 D 正确.)

12. AD(提示: 因为 A, B 是不在 α 内的任意两点, 故直线 AB 与平面 α 相交或平行. 若 AB 与平面 α 相交, 设交点为 O , 则 α 内不过点 O 的直线必与 AB 异面, 但平面 α 内不存在与 AB 平行的直线; 若 AB 与平面 α 平行, 则在 α 内存在直线 b 与直线 AB 平行, 而在 α 内与 b 相交的直线都与直线 AB 异面, 但 α 内不存在直线与 AB 相交, 由此可知 A 正确, BC 错误. 另外, 不论 AB 与平面 α 相交或平行, 过点 A 作平面 α 的垂线(如果垂线与 AB 重合, 则过 AB 的任意平面都与

α 垂直), D 正确. 故正确的选项为 AD.)

13. 3(提示: 设圆锥的底面圆半径为 r , 母线长为 l , 则 $2\pi r = \pi l$, 所以 $l = 2r$, 圆锥的表面积 $S = \pi r^2 + 2\pi r^2 = 27\pi$, 解得 $r = 3$.)

14. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (提示: 依题意可知 $\triangle AED'$ 为等腰直角三角形, 因为平面 $AED' \perp$ 平面 $ABCE$, 所以 AD' 在底面的射影在 AE 上, $\angle D'AE$ 为直线 AD' 与平面 ABC 所成的角, 且 $\angle D'AE = 45^\circ$, 其正弦值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.)

15. 4π , $\frac{4}{3}\pi$ (提示: 由题意知三棱锥 $P-ABC$ 为正三棱锥, 设 $\triangle ABC$ 的重心为 G , 连接 AG, PG , 则 $PG \perp$ 平面 ABC . 因为 $\triangle ABC$ 是边长为 6 的等边三角形, 所以 $AG = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} AB = 2\sqrt{3}$, 所以 $PG = \sqrt{PA^2 - AG^2} = \sqrt{(\sqrt{21})^2 - (2\sqrt{3})^2} = 3$, 所以 $V_{P-ABC} = \frac{1}{3} \times S_{\triangle ABC} \times PG = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 \times 3 = 9\sqrt{3}$. 取 AB 的中点 D , 连接 DG, PD , 则 $PD \perp AB$, $DG = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} AB = \sqrt{3}$, 所以 $PD = \sqrt{PG^2 + DG^2} = \sqrt{3^2 + (\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{3}$. $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2} AB \times PD = \frac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$. 又 $S_{\triangle PAC} = S_{\triangle PBC} = S_{\triangle PAB} = 6\sqrt{3}$, 设球的半径为 R , 则有 $V_{P-ABC} = \frac{1}{3} (S_{\triangle PAC} + S_{\triangle PBC} + S_{\triangle PAB} + S_{\triangle ABC}) \times R = \frac{1}{3} \times (3 \times 6\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2) \times R = 9\sqrt{3}$. 由此解得 $R = 1$, 所以球的表面积为 $S_{\text{球}} = 4\pi R^2 = 4\pi$, 球的体积为 $V_{\text{球}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4\pi}{3}$.)

16. π (提示: 取 BC 的中点 O , 因为三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 为正三棱柱, 所以 $OA \perp$ 平面 BB_1C_1C , 所以 $OA \perp OP$. 因为 $PA = 2$, $OA = \sqrt{3}$, 所以 $OP = 1$, 即点 P 的轨迹是以 O 为圆心, 1 为半径的半圆, 其长度为 π .)

17. 【解答】(1) 证明: 延长 BE, BF 分别与 AD, CD 交于点 G, H , 连结 CH . 因为 E, F 分别为 $\triangle ABD, \triangle CBD$ 的重心, 所以 G, H 分别为 DA, DC 的中点, 则 $AC \parallel GH$, 进一步可得 $AC \parallel$ 平面 BEF .

(2) 在 $\triangle ACD$ 中, 由余弦定理得 $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2 - 2AD \cdot CD \cos \angle ADC} = 1$. 所以 $AD^2 = AC^2 + CD^2$, $CD \perp AC$. 又因为 $BD \perp$ 平面 ACD , 所以 $BD \perp AC$, $AC \perp$ 平面 BDC . 易知 $EF \parallel GH \parallel AC$, 所以 $EF \perp$ 平面 BDC . 因为 $EF = \frac{2}{3} GH = \frac{1}{3} AC = \frac{1}{3}$, $S_{\triangle BDF} = \frac{2}{3} S_{\triangle BDH} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{6}$, 所以 $V_{B-DEF} = \frac{1}{3} S_{\triangle BDF} \cdot EF = \frac{\sqrt{3}}{54}$.

18. (1) 因为 $C_1D_1 \parallel B_1A_1$, 所以 $\angle B_1A_1M$ 是异面直线 A_1M 和 C_1D_1 所成的角. 因为在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $A_1B_1 \perp$ 平面 BCC_1B_1 , 所以 $A_1B_1 \perp B_1M$. 因为 $B_1C_1 = BC = 2$, $C_1M = 1$, 所以 $B_1M = \sqrt{B_1C_1^2 + MC_1^2} = \sqrt{5}$, $\tan \angle B_1A_1M = \frac{B_1M}{A_1B_1} = \frac{\sqrt{5}}{2}$. 即异面直线 A_1M 和 C_1D_1 所成的角的正切值为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

(2) 证明: 当 $C_1M = 2$ 时, $B_1M = BM = \sqrt{BC^2 + CM^2} = 2\sqrt{2}$, 所以 $B_1M^2 + BM^2 = BB_1^2$, $B_1M \perp BM$. 又因为 $A_1B_1 \perp$ 平面 BCC_1B_1 , 所以 $A_1B_1 \perp BM$, 进而得 $BM \perp$ 平面 A_1B_1M .

19. 【解答】(1) 证明: 因为四边形 $ABCD$ 是正方形, 所以 $AD \perp AE, CD \perp CF$. 折起后即有 $PD \perp PE, PD \perp PF$, 所以 $PD \perp$ 平面 PEF .

(2) 取线段 EF 的中点 G , 连接 PG, DG . 因为 $PE = PF, DE = DF$, 所以 $PG \perp EF, DG \perp EF$, $\angle PGD$ 为二面角 $P - EF - D$ 的平面角. 由(1)可得, $PD \perp PG$, 又 $PG = 2, DG = 3\sqrt{2}$, 所以 $\cos \angle PGD = \frac{PG}{GD} = \frac{1}{3}$, 即二面角 $P - EF - D$ 的余弦值为 $\frac{1}{3}$.

20. 【解答】由于“多面体顶点的曲率等于 2π 与多面体在该顶点的角角之差”“多面体的总曲率等于该多面体各顶点的曲率之和”，所以总曲率 $= 2\pi \times$ 顶点数 $-$ 所有面的内角之和。

(1) 由于四棱锥的底面的内角和为 2π ，四个侧面的内角和为 4π ，从而总曲率为 $2\pi \times 5 - (2\pi + 4\pi) = 4\pi$ 。

(2) 设该多面体的顶点数、棱数、面数依次为 n, l, m ，则 $n - l + m = 2$ 。设第 i 个面的棱数为 $x_i (i = 1, 2, \dots, m)$ ，则 $x_1 + x_2 + \dots + x_m = 2l$ ，所以总曲率 $= 2n\pi - \pi [(x_1 - 2) + (x_2 - 2) + \dots + (x_m - 2)] = 2n\pi - 2(l - m)\pi = 2\pi(n - l + m) = 4\pi$ (常数)。

作业九

1. A(提示: 因为 $\vec{BD} = 2\vec{DC}$, 所以 $\vec{AD} - \vec{AB} = 2(\vec{AC} - \vec{AD})$, 化简即得 $\vec{AD} = \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$.)

2. C(提示: 由 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bccos A$, 得 $c^2 - 15\sqrt{3}c + 125 = 0$, 解得 $c = \frac{15\sqrt{3} \pm 5\sqrt{7}}{2} \in (5, 25)$, c 有两个解, 即 $\triangle ABC$ 有两个解.)

3. A(提示: 由 $S = \frac{1}{2}ac\sin B$, $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$, $S = \frac{1}{3}(a^2 + c^2 - b^2)$, 可得 $\frac{1}{2}ac\sin B = \frac{1}{3}(a^2 + c^2 - b^2) = \frac{2}{3}accos B$, 整理得 $\tan B = \frac{4}{3}$.)

4. C(提示: 因为 $z = \frac{1}{2+i} + i^{2022} = -\frac{3}{5} - \frac{1}{5}i$, 其对应点的坐标为 $(-\frac{3}{5}, -\frac{1}{5})$, 位于第三象限.)

5. B(提示: 复数 $z = \frac{2-i}{2+i} \cdot \frac{2+i}{2-i} = \frac{-8i}{5}$, 故 z 的共轭复数的虚部为 $\frac{8}{5}$.)

6. B(提示: 设 $z = a + bi (a, b \in \mathbf{R})$, 点 B 对应的复数为 z_1 , 则 $A(a, b)$, $z_1 = a + bi - 1 - i = (-b - 1) + (a - 1)i$, 因为点 B 与点 A 恰好关于坐标原点对称, 所以 $\begin{cases} -b - 1 = -a, \\ a - 1 = -b, \end{cases}$ 解得 $a = 1, b = 0$, 于是 $z = 1$.)

7. A(提示: 设圆锥的底面圆半径为 r , 高为 h , 则由题得 $2\pi r = \pi R$, 所以 $r = \frac{R}{2}$, 则 $h = \sqrt{R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}R}{2}$, 所以圆锥的体积 $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\sqrt{3}}{24}\pi R^3$.)

8. D(提示: 因为 $AA_1 \perp$ 平面 ABC , $AA_1 \perp AB$. 又 $BB_1 \parallel AA_1$, 所以 $BB_1 \perp AB$, 进一步推得 $AB \perp$ 平面 BB_1C_1C , 所以三棱柱可以补成长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$, 则 $A_1B \parallel CD_1$, 所以 $\angle B_1CD_1$ 是异面直线 A_1B 与 B_1C 所成的角或其补角, 令

$AB = 1$, 则 $AA_1 = BC = 2$, 在 $\triangle B_1CD_1$ 中, $B_1D_1 = CD_1 = \sqrt{5}$, $B_1C = 2\sqrt{2}$, 所以 $\cos \angle B_1CD_1 = \frac{\frac{B_1C}{2}}{CD_1} = \frac{\sqrt{10}}{5}$.)

9. BC(提示: 设正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 1, 对于 A, 易知四边形 $OABC$ 为菱形, 所以 $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OB}$, 则 $\vec{OA} + \vec{OC} + \vec{OB} = 2\vec{OB} \neq 0$, 故 A 错误; 对于 B, 因为 $(\vec{OA} - \vec{AF}) \cdot (\vec{EF} - \vec{DC}) = (\vec{EF} - \vec{AF}) \cdot (\vec{EF} + \vec{AF}) = \vec{EF}^2 - \vec{AF}^2 = 0$, 故 B 正确; 对于 C, 因为 $(\vec{OA} \cdot \vec{AF})\vec{BC} = 1 \times 1 \times \cos 120^\circ \times \vec{BC} = -\frac{1}{2} \cdot \vec{BC} = \frac{1}{2}\vec{OA}$, $\vec{OA}(\vec{AF} \cdot \vec{BC}) = \vec{OA} \times 1 \times 1 \times \cos 60^\circ = \frac{1}{2}\vec{OA}$, 故 C 正确; 对于 D, 因为 $|\vec{OF} + \vec{OD}| = |\vec{OE}| = 1$, $|\vec{FA} + \vec{OD} - \vec{CB}| = |\vec{FA} + \vec{OD} + \vec{AO}| = |\vec{FA} + \vec{AD}| = |\vec{FD}| = \sqrt{3}$, 故 D 错误.)

10. AC(提示: 因为 $B = \frac{\pi}{3}$, $a + c = \sqrt{3}b$, 所以 $(a + c)^2 = a^2 + c^2 + 2ac = 3b^2$, 又由余弦定理得, $a^2 + c^2 - 2accos \frac{\pi}{3} = b^2$. 两式联立, 得 $2a^2 - 5ac + 2c = 0$, 解得 $\frac{a}{c} = 2$ 或 $\frac{a}{c} = \frac{1}{2}$.)

11. ABC(提示: 当 $z_1 = 4 + i$, $z_2 = 2 - 2i$ 时, 则 $z_1^2 = 15 + 8i$, $z_2^2 = -8i$, 故 $z_1^2 + z_2^2 > 0$, 但不存在 $z_1^2 > -z_2^2$, A 错; 因为

$|z_1 - z_2|$ 为实数, 但 $\sqrt{(z_1 + z_2)^2 - 4z_1 z_2}$ 不一定为实数, 故 B 错; 当 $z_1 = 2 + i, z_2 = 1 - 2i$ 时, $z_1^2 = 3 + 4i, z_2^2 = -3 - 4i$, 满足 $z_1 + z_2 = 0$, 但 $z_1 = z_2 = 0$ 不成立, 故 C 错; 设 $z = a + bi (a, b \in \mathbf{R})$, 则 $\bar{z} = a - bi$, 故 $z - \bar{z} = 2bi$, 为纯虚数或 0, 故 D 对.)

12. ACD (提示: 对于 A 选项, 由题图可知, 细沙在上部时, 细沙的底面半径与圆锥的底面半径之比等于细沙的高与圆锥的高之比, 所以细沙的底面圆半径为 $r = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3}$ cm, 求得细沙的体积为 $\frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{8}{3}\right)^2 \times 4 = \frac{1024\pi}{81}$ cm³, 故 A 对; 对于 B 选项, 可求得沙漏的体积 $\frac{256}{3} \pi$ cm³, 故 B 错; 对于 C 选项, 设细沙全部漏入下部后的高度为 h_1 , 则 $\frac{1024\pi}{81} = \frac{1}{3} \pi \times \left(\frac{h}{2}\right)^2 \times h_1$, 解得 $h_1 \approx 2.4$ cm, 故 C 对; 对于 D 选项, 细沙的体积为 $\frac{1024\pi}{81}$ cm³, 沙漏每秒钟漏下 0.02 cm³ 的沙, 所以一个沙时为

$$\frac{\frac{1024\pi}{81}}{0.02} = \frac{1024 \times 3.14}{81} \times 50 = 1985 \text{ 秒, 故 D 对.)}$$

13. 2 (提示: 设 $\angle DAO = \theta$, 则 $\angle BOx = \frac{\pi}{2} - \theta$, 所以 $\vec{OA} = c \cos \theta$, $OD = \sin \theta$, 点 B 的坐标为 $B(\cos \theta + \sin \theta, \cos \theta)$. 过点 C 作 y 轴的垂线, E 为垂足, 则 $\angle CDE = \theta$, 由此得点 $C(\sin \theta, \cos \theta + \sin \theta)$, 故 $\vec{OA} \cdot \vec{OC} = (c \cos \theta, 0) \cdot (\sin \theta, \cos \theta + \sin \theta) = c \cos \theta \sin \theta$. 当且仅当 $\theta = \frac{\pi}{4}$ 时取等号, 故 $\vec{OA} \cdot \vec{OC}$ 的最大值为 $\frac{c}{2}$.)

14. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (提示: $z \cdot \bar{z} = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(a+b)^2 - 2ab}$. 因为 $a+b=3, ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$, 当且仅当 $a=b$ 时取等号, 所以 $z \cdot \bar{z}$ 的最小值为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.)

15. 3π (提示: 由 $AD=1, BD=\sqrt{2}, AB=\sqrt{3}$, 得 $AD \perp DB$, 又由平面 $ABD \perp$ 平面 BCD , 得 $AD \perp$ 平面 BCD , 所以 $AD \perp BC$. 同理可得 $AC \perp BC$. 取 AB 的中点 O , 则 O 为三棱锥 $A-BCD$ 的外接球球心, 外接球半径 $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$. 球的表面积为 $4\pi \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3\pi$.)

16. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ (提示: 作 $C_1D \perp AB$ 于 $D, C_1O \perp$ 平面 ABC 于 O , 连接 DO . 易得 $AB \perp$ 平面 $C_1DO, AB \perp DO, \angle C_1DO$ 为等边三角形 ABC 、直角三角形 ABC_1 所在平面构成的二面角, 即 $\angle C_1DO = 60^\circ$. 又由条件可得, $C_1B = AB \sin 30^\circ = 1, C_1D = C_1B \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, C_1O = C_1D \sin 60^\circ = \frac{3}{4}, DO = C_1D \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}, BD = C_1B \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, 易知 $CO = \sqrt{ED^2 + (CE - OD)^2} = \frac{\sqrt{31}}{4}$, 所以 $CC_1 = \sqrt{C_1O^2 + CO^2} = \sqrt{\frac{9}{16} + \frac{31}{16}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$.)

17. 【解答】(1) 因为 $2b \cos A = c \cos A + a \cos C$, 所以 $2 \sin B \cos A = \sin C \cos A + \sin A \cos C = \sin B$. 因为 $\sin B \neq 0$, 所以 $\cos A = \frac{1}{2}$. 又 $A \in (0, \pi)$, 所以 $A = \frac{\pi}{3}$.

(2) 因为 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \frac{3}{2}$, 所以 $|\vec{AB}| |\vec{AC}| \cos A = \frac{3}{2}, b \cos A = \frac{3}{2}, bc \cos A = \frac{3}{2}, bc = 3$. 所以, $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = (b+c)^2 - 7 - 2bc - bc = 16 - 9$, 解得 $a = \sqrt{7}$.

18. 【解答】(1) 设 $z = x + iy (x, y \in \mathbf{R}, y \neq 0)$. 则 $z - 2 = x - 2 + iy$. 由 $z - 2$ 为纯虚数, 得 $x = 2, z = 2 + iy$. 故 $z + \frac{9}{z-2} = 2 + yi + \frac{9}{z-2}$

$\frac{9}{yi} = 2 + \left(y - \frac{9}{y}\right)i$. 由 $z + \frac{9}{z-2}$ 为实数, 可知 $y - \frac{9}{y} = 0$, $y = \pm 3$. 所以, $z = 2 + 3i$ 或 $z = 2 - 3i$.

(2) 因为 $z + \frac{9}{z-2} = x + \frac{9(x-2)}{(x-2)^2 + y^2} + \left[y - \frac{9y}{(x-2)^2 + y^2} \right]i \in \mathbf{R}$, 所以 $y - \frac{9y}{(x-2)^2 + y^2} = 0$. 因为 $y \neq 0$, 所以 $(x-2)^2 + y^2 = 9$, 由 $(x-2)^2 < 9$, 得 $-1 < x < 5$. 故 $|z-4| = |x+yi-4| = \sqrt{(x-4)^2 + y^2} = \sqrt{(x-4)^2 + 9 - (x-2)^2} = \sqrt{21-4x} \in (1, 5)$.

19. 【解答】(1) 连接 A_1C , 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 侧面 AA_1C_1C 为矩形, N 为 AC_1 的中点, 所以 N 为 A_1C 的中点, 又 M 为 A_1B 的中点, 所以 $MN \parallel BC$, 进而推出 $MN \parallel$ 平面 BB_1C_1C .

(2) 因为 $DN \parallel$ 平面 ABB_1A_1 , 由直线与平面平行的基本性质, 可知 $DN \parallel A_1B$, 从而 $\frac{CD}{DB} = \frac{CN}{NA_1} = 1$.

20. 【解答】(1) 证明: 因为 $PA = PB = PC = AC = 4$, O 为 AC 的中点, 所以 $OP \perp AC$ 且 $OP = 2\sqrt{3}$. 连接 OB . 因为 $AB = BC = \frac{\sqrt{2}}{2}AC$, 所以 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 且 $OB \perp AC$, 所以 $OB = \frac{1}{2}AC = 2$, $OP^2 + OB^2 = PB^2$, $OP \perp OB$. 又因为 $OP \perp AC$, 所以 $OP \perp$ 平面 ABC .

(2) 作 $CH \perp OM$, 垂足为 H , 由(1)可得, $OP \perp CH$. 进而得 $CH \perp$ 平面 POM . 所以, CH 的长即为点 C 到平面 POM 的距离. 由题设可知, $OC = \frac{1}{2}AC = 2$, $CM = \frac{2}{3}BC = \frac{4\sqrt{2}}{3}$, $\angle ACB = 45^\circ$, $OM = \frac{2\sqrt{5}}{3}$. 所以, $CH = \frac{OC \cdot MC \cdot \sin \angle ACB}{OM} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$, 即点 C 到平面 POM 的距离为 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$.

作业十

1. A(提示: 由题知 $\vec{AD} = \vec{AC} + \vec{CD} = \vec{AC} + \frac{1}{3}\vec{BC} = \vec{AC} + \frac{1}{3}(\vec{AC} - \vec{AB}) = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{4}{3}\vec{AC}$.)

2. A(提示: 因为 $\vec{EB} = -\frac{1}{2}(\vec{BC} + \vec{BA})$, $\vec{FC} = -\frac{1}{2}(\vec{CA} + \vec{CB})$, 所以 $\vec{EB} + \vec{FC} = -\frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC} = \vec{AD}$.)

3. D(提示: 由 $\frac{2-ai}{i} = 1-bi$, 得 $2-ai = i(1-bi) = b+i$, 所以 $a = -1$, $b = 2$, $|a+bi| = |-1+2i| = \sqrt{5}$.)

4. B(提示: 由题知 $A(3, -2)$ 关于实轴的对称点 $B(3, 2)$, 所以向量 \vec{OB} 对应的复数 $z_2 = 3+2i$. 所以, $z_2 + \frac{2i}{1-i} = 1+2i + \frac{2i}{1-i} = 2+3i$.)

5. A(提示: 因为梯形两腰所在直线必相交, 且与梯形两底在同一个平面, 所以垂直于梯形两腰的直线与梯形两底所在平面必垂直.)

6. D(提示: 对于 A、B, 若 $n \subset \alpha$, 则 $\alpha \perp \beta$, 故 A、B 不符合; 对于 C, 若 $\alpha \cap \beta = l$, $m \parallel n$, $n \parallel l$, m, n 为平面 α, β 外的直线, 显然有 $m \parallel \alpha$, $n \parallel \beta$, 故 C 不符合; 对于 D, 若 $m \perp \alpha$, $m \parallel n$, 则 $n \perp \alpha$, 又 $n \perp \beta$, 所以 $\alpha \parallel \beta$, 故 D 符合.)

7. A(提示: 连接 OE, BE, ED, C_1E , 易得 $OC_1^2 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$, $OE^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$, $EC_1^2 = 2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$, 所以 $OC_1^2 + OE^2 = EC_1^2$, 所以 $OE \perp OC_1$, $BD \perp$ 平面 ACC_1A_1 . 所以 $OC_1 \perp$ 平面 BDE , 所得截面为 $\triangle BDE$, $S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2}BD \cdot OE = \frac{\sqrt{6}}{4}$, α 截该正方体所得截面图形的面积为 $\frac{\sqrt{6}}{4}$.)

8. B(提示: 连接 AD_1, D_1E , 则 $AD_1 \parallel BC_1$, 所以 $\angle D_1AE$ (或其补角) 就是异面直线 BC_1 与 AE 所成的角. 在 $\triangle CD_1AE$ 中, $AD_1 = \sqrt{5}$, $AE = \sqrt{6}$, $D_1E = \sqrt{5}$, 所以 $\cos \angle D_1AE = \frac{D_1A^2 + AE^2 - D_1E^2}{2D_1A \cdot AE} = \frac{5+6-5}{2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{30}}{10}$. 所以异面直线 BC_1 与

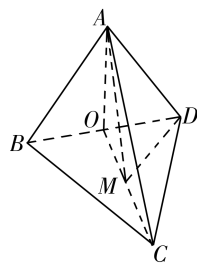
AE 所成的角的余弦值为 $\frac{\sqrt{30}}{10}$.)

9. BCD(提示: 因为 $z=(1+2i)(2-i)=4+3i$, 则 z 的虚部为 3, $|\bar{z}|=|z|=\sqrt{16+9}=5$, $z-4=3i$ 为纯虚数, \bar{z} 对应的点 $(4, -3)$ 在第四象限.)

10. AC(提示: 由平面向量 $\mathbf{a}=(2, 0)$, $\mathbf{b}=(1, 1)$ 知: 在 A 中, $|\mathbf{a}|=2$, $|\mathbf{b}|=\sqrt{2}$, $\therefore |\mathbf{a}|=\sqrt{2}|\mathbf{b}|$, 故 A 正确; 在 B 中, $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=2$, 故 B 错误; 在 C 中, $\mathbf{a}-\mathbf{b}=(1, -1)$, $\therefore (\mathbf{a}-\mathbf{b})\cdot\mathbf{b}=1-1=0$, $\therefore (\mathbf{a}-\mathbf{b})\perp\mathbf{b}$, 故 C 正确; 在 D 中, $\frac{2}{1}\neq\frac{0}{1}$, $\therefore \mathbf{a}$ 与 \mathbf{b} 不平行, 故 D 错误.)

11. BCD(提示: 对于 A, $\therefore \sin 2A=\sin 2B$, $\therefore 2A=2B$, 或 $2A+2B=\pi$, 解得: $A=B$, 或 $A+B=\frac{\pi}{2}$, 则 $\triangle ABC$ 是等腰三角形或直角三角形, 因此不正确; 对于 B, $\therefore \triangle ABC$ 是锐角三角形, $\therefore \frac{\pi}{2}>A>\frac{\pi}{2}-B>0$, $\therefore \sin A>\sin\left(\frac{\pi}{2}-B\right)$, 化为 $\sin A>\cos B$ 恒成立, 因此正确; 对于 C, $\therefore \sin^2 A+\sin^2 B+\cos^2 C<1$, $\therefore \sin^2 A+\sin^2 B<1-\cos^2 C=\sin^2 C$, 由正弦定理可得: $a^2+b^2<c^2$, $\therefore \cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}<0$, $\therefore C$ 为钝角, 则 $\triangle ABC$ 为钝角三角形, 因此正确; 对于 D, $\therefore AB=\sqrt{3}$, $AC=1$, $B=30^\circ$, 设 $BC=a$, 由余弦定理可得: $1^2=x^2+(\sqrt{3})^2-2\sqrt{3}x\cos 30^\circ$, 化为: $x^2-3x+2=0$, 解得 $x=1$ 或 2 . 则 $\triangle ABC$ 的面积 = $\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times 1\times\sin 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{4}$, 或 $\triangle ABC$ 的面积 = $\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times 2\times\sin 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$, 因此正确. 综上可得: 只有 BCD 正确.)

12. ABC(提示: 取 BD 的中点 O , 连接 OA , OC , 由菱形性质可知 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCD$ 都是等边三角形, $\therefore BD\perp OA$, $BD\perp OC$, 又 $OA\cap OC=C$, $\therefore BD\perp$ 平面 AOC , $\therefore BD\perp AC$, 故选项 A 正确; 由 $BD\perp OA$, $BD\perp OC$ 可知 $\angle AOC$ 为二面角 $A-BD-C$ 的平面角, 由 $AB=AD=BC=BD=2$ 可知 $OA=OC=\sqrt{3}$, 又 $AC=\sqrt{3}$, $\therefore \angle AOC=\frac{\pi}{3}$, 故选项 B 正确; \therefore 点 A 到平面 BCD 的距离 $h=OA\cdot\sin\angle AOC=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{2}$, 故选项 C 正确; 过点 A 作 $AM\perp$ 平面 BCD , 垂足为 M , 则 M 为 OC 的中点,



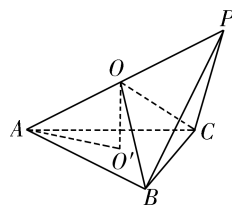
所以 $OM=\frac{1}{2}OC=\frac{\sqrt{3}}{2}$, 连接 DM , 则 $\angle ADM$ 为直线 AD 与平面 BCD 所成的角, 且 $AM=\frac{3}{2}$, 故 $DM=\sqrt{OD^2+OM^2}=\sqrt{1+\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{7}}{2}$, 所以 $\tan\angle ADM=\frac{AM}{DM}=\frac{3}{\sqrt{7}}$, 故选项 D 错误.)

13. $m=\pm\sqrt{2}$ (提示: $\therefore (m+mi)^6=m^6(1+i)^6=-8im^6=-64i$, $\therefore m^6=8$, $\therefore m=\pm\sqrt{2}$.)

14. $\theta=\frac{\pi}{4}$ (提示: $\therefore \mathbf{a}=(1, 2)$, $\mathbf{b}=(1, -1)$, $\therefore 2\mathbf{a}+\mathbf{b}=(3, 3)$, $\mathbf{a}-\mathbf{b}=(0, 3)$, $\therefore \cos\theta=\frac{(2\mathbf{a}+\mathbf{b})\cdot(\mathbf{a}-\mathbf{b})}{|2\mathbf{a}+\mathbf{b}||\mathbf{a}-\mathbf{b}|}=\frac{9}{3\sqrt{18}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. $\therefore \theta\in[0, \pi]$, $\therefore \theta=\frac{\pi}{4}$.)

15. $12\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}$ (提示: 六棱柱的体积为: $6\times\frac{1}{2}\times 2\times 2\times\sin 60^\circ\times 2=12\sqrt{3}$, 圆柱的体积为: $\pi\times(0.5)^2\times 2=\frac{\pi}{2}$, 所以此六角螺帽毛坯的体积是: $\left(12\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}\right)\text{cm}^3$.)

16. $\sqrt{3}$ (提示: 取 PA 的中点 O , 连接 OB , OC , 因为 $\angle PBA=\angle PCA=90^\circ$, 所以 $OA=OP=OB=OC$, 即 O 为三棱锥外接球的球心, 设外接球半径为 R , 由 $S=4\pi R^2=6\pi$, 所以 $R^2=\frac{3}{2}$, 过 O 作 $OO'\perp$ 面 ABC 交于 O' , 连接 $O'A$, 则 $O'A$ 为 $\triangle ABC$ 外接圆的半径设为 r , 则 $r=O'A$, 因为



点 P 到底面 ABC 的距离为 $\sqrt{2}$, 所以 $OO' = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 在 $\triangle AOO'$ 中, $R^2 = OO'^2 + r^2$, 所以 $r^2 = \frac{3}{2} - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1$, 即 $r = 1$, 在 $\triangle ABC$

中, $2r = \frac{AC}{\sin \angle ABC}$, 所以 $AC = 2r \cdot \sin 60^\circ = 2 \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.)

17. 【解答】(1) 由题意,
$$\begin{cases} m-2 > 0, \\ m^2-9 > 0, \end{cases}$$
 解得 $m > 3$;

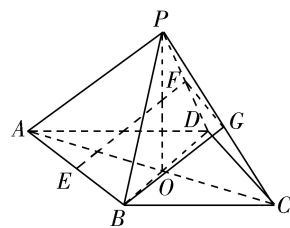
(2) 由 $z = (m-2) + (m^2-9)i$, 得 $\bar{z} = (m-2) - (m^2-9)i$, 又 \bar{z} 与复数 $\frac{8}{m} + 5i$ 相等, $\therefore \begin{cases} \frac{8}{m} = m-2, \\ 9-m^2 = 5, \end{cases}$ 解得 $m = -2$.

18. 【解答】(1) 因为 $\mathbf{a} = (1, 2)$, $\mathbf{b} = (-3, 2)$, 所以 $k\mathbf{a} + \mathbf{b} = (k-3, 2k+2)$, $\mathbf{a} - 3\mathbf{b} = (10, -4)$. 因为 $k\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 与 $\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$ 垂直, 所以 $10(k-3) - 4(2k+2) = 0$, 解得 $k = 19$.

(2) 因为 $\vec{OA} = (3, -4)$, $\vec{OB} = (6, -3)$, $\vec{OC} = (5-m, -3-m)$, 所以 $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = (3, 1)$, $\vec{AC} = \vec{OC} - \vec{OA} = (2-m, 1-m)$. 若点 A, B, C 能构成三角形, 则点 A, B, C 不共线, 即 \vec{AB}, \vec{AC} 不共线. 所以 $3(1-m) \neq 2-m$, 解得 $m \neq \frac{1}{2}$.

(3) 设 $\mathbf{b} = (m, n)$, 因为 $\mathbf{a} = (3, \sqrt{3})$, 所以 $|\mathbf{b}| = 2|\mathbf{a}| = 2\sqrt{3^2+3} = 4\sqrt{3}$. 所以 $m^2+n^2 = 48$. 因为 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 所以 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 3m + \sqrt{3}n = 2\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = 12$, 解得 $m = 0, n = 4\sqrt{3}$ 或 $m = 6, n = -2\sqrt{3}$, 即 $\mathbf{b} = (0, 4\sqrt{3})$ 或 $\mathbf{b} = (6, -2\sqrt{3})$.

19. 【解答】证明: (1) 取 PC 的中点 G , $\therefore F$ 是 PD 的中点, $\therefore FG \parallel CD$, 且 $FG = \frac{1}{2}CD$, 又 \therefore 底面 $ABCD$ 是菱形, E 是 AB 的中点, $\therefore BE \parallel CD$, 且 $BE = \frac{1}{2}CD$, $\therefore BE \parallel FG$, 且 $BE = FG$, \therefore 四边形 $BEFG$ 是平行四边形, $\therefore EF \parallel BG$, 又 $EF \not\subset$ 平面 PBC , $BG \subset$ 平面 PBC , $\therefore EF \parallel$ 平面 PBC .



(2) 设 $AC \cap BD = O$, 则 O 是 BD 的中点, \therefore 底面 $ABCD$ 是菱形, $\therefore BD \perp AC$, 又 $\therefore PB = PD$, O 是 BD 的中点, $\therefore BD \perp PO$, 又 $AC \cap PO = O$, $AC \subset$ 平面 PAC , $PO \subset$ 平面 PAC , $\therefore BD \perp$ 平面 PAC , $\therefore BD \subset$ 平面 PBD , \therefore 平面 $PBD \perp$ 平面 PAC .

20. 【解答】(1) 在 $\triangle ABC$ 中, 由正弦定理得 $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$, 则 $\sin C = \frac{c \sin B}{b} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 因为 $b > c$, 所以 $C = \frac{\pi}{4}$, 则 $\sin A = \sin(\pi - B - C) = \sin(B + C) = \sin B \cos C + \cos B \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.

(2) $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = b \cos C = 2a \cos C = 2 \times \frac{b \sin A}{\sin B} \cos C = \frac{8\sqrt{3}}{3} \sin A \left(\frac{2}{3}\pi - A\right) = \frac{8\sqrt{3}}{3} \sin A \left(-\frac{1}{2} \cos A + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin A\right) = 2 - \frac{4\sqrt{3}}{3} \sin\left(2A + \frac{\pi}{3}\right)$, 当且仅当 $2A + \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{2}$, 即 $A = \frac{7\pi}{12}$ 时, $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$ 取到最大值.

作业十一

1. B (提示: 简单随机抽样中每一个个体被抽到的机会相等.)
2. B (提示: 设(2)班的平均分为 x 分, 则有 $\frac{83 \times 45 + 50x + 91 \times 55}{45 + 50 + 55} = 86.6$, 解得 $x = 85$, 故答案选 B.)
3. C (提示: 依题意, 三年级学生的总人数为 $\frac{2}{4+3+2+1} \times 1500 = 300$, 从 1500 人中用分层随机抽样抽取容量为 300 的样本的抽样比为 $\frac{300}{1500} = \frac{1}{5}$, 所以应抽取的三年级学生的人数为 60. 故选 C.)

4. C(提示:从折线图看,深圳的涨幅最接近0%,从条形图看,北京的平均价格最高,故A正确;从折线图看,深圳和厦门的涨幅均为负值,故B正确;从折线图看,平均价格的涨幅从高到低居于前三位的城市为天津、西安、南京,故C错误;从条形图看,平均价格从高到低居于前三位的城市为北京、深圳、广州,故D正确.故选C.)

5. B(提示:考试成绩在 $[90, 100)$ 内的频率为: $P=1-(0.004+0.008+0.015+0.025+0.015+0.006+0.004+0.002)\times 10=0.21$,则前4组考试成绩频率分别为: $[60, 70)$, 0.04; $[70, 80)$, 0.08; $[80, 90)$, 0.15; $[90, 100)$, 0.21;考试成绩的中位数为 m ,则 $0.04+0.08+0.15+0.21+(m-100)\times 0.025=0.5$, $\therefore m=100.8\in(100, 101)$. $\therefore k=100$.故选B.)

6. D(提示: $(0.02+0.04+0.06+0.04+a+0.01)\times 5=1\Rightarrow a=0.03$,故①正确;根据频率分布直方图可估计出平均值为 $(0.02\times 2.5+0.04\times 7.5+0.06\times 12.5+0.04\times 17.5+0.03\times 22.5+0.01\times 27.5)\times 5=13.75$,所以估计抽取100人的平均用时为13.75小时,故②正确;每周使用时间在 $[15, 20)$, $[20, 25)$, $[25, 30)$ 三组内的学生的比例为4:3:1,用分层抽样的方法选取8人进行访谈,则应从使用时间在 $[20, 25)$ 内的学生中选取的人数为 $8\times\frac{3}{8}=3$,故③正确.故选D.)

7. C(提示:2020年某地居民人均消费各项支出为:462, 1 238, 1 260, 1 843, 2 032, 2 762, 5 215, 6 397,所以其中位数是 $\frac{1\ 843+2\ 032}{2}=1\ 937.5$,故A说法正确;2020年某地居民人均消费支出中食品烟酒是6 397元,教育文化娱乐是2 032元,所以食品烟酒约是教育文化娱乐的3倍,故B说法正确;2020年某地居民人均消费支出中食品烟酒占30.2%,无法确定食品支出所占比例,故C说法错误;2020年某地居民人均可支配收入中消费支出为: $462+1\ 238+1\ 260+1\ 843+2\ 032+2\ 762+5\ 215+6\ 397=21\ 209$,所占比例是 $21\ 209\div 32\ 189\approx 65.9\%$,故D说法正确.故选C.)

8. C(提示:不妨设8天中,每天查获的酒驾人数从小到大分别为 x_1, x_2, \dots, x_8 ,且 $x_i\geq 0$,其中 $i=1, 2, \dots, 8$.选项A:若不达标,则 $x_8\geq 11$,因为中位数为5,所以 $x_4+x_5=10$,又因为均值为4,故 $\sum_{i=1}^8 x_i=32$,从而 $x_1+x_2+x_3+x_6+x_7\leq 11$,且 $x_1\leq x_2\leq x_3\leq 5\leq x_6\leq x_7$,则 $x_1=x_2=0, x_3=1, x_4=x_5=x_6=x_7=5, x_8=11$ 满足题意,从而甲地有可能不达标.故A错误;由众数和中位数定义易知,当 $x_1=x_2=0, x_3=x_4=1, x_5=x_6=x_7=3, x_8=11$ 时,乙地不达标,故B错误;若不达标,则 $x_8\geq 11$,由均值为7可知,则其余七个数中至少有一个数不等于7,由方差定义可知, $s^2=\frac{1}{8}\sum_{i=1}^7 (x_i-7)^2+\frac{1}{8}(x_8-7)^2>2$,这与方差为2矛盾,从而丙地一定达标,故C正确;由极差定义和百分位数定义可知,当 $x_1=x_2=x_3=x_4=x_5=x_6=x_7=8, x_8=11$ 时,丁地不达标,故D错误.故选C.)

9. BD(提示:由题意得: $x_1+x_2+\dots+x_n=6n, (x_1-6)^2+(x_2-6)^2+\dots+(x_n-6)^2=n$,

$$\text{则}\frac{(2x_1-3)+(2x_2-3)+\dots+(2x_n-3)}{n}=\frac{2(x_1+x_2+\dots+x_n)-3n}{n}=9,$$

$$\frac{(2x_1-3-9)^2+(2x_2-3-9)^2+\dots+(2x_n-3-9)^2}{n}=\frac{4[(x_1-6)^2+(x_2-6)^2+\dots+(x_n-6)^2]}{n}=4,$$

所以这组新数据的平均数为9,方差为4.故选BD.)

10. ABD(提示:对选项A,若9个原始评分全部相等,则去掉1个最高分、1个最低分,得到7个有效评分的平均分不变,若9个原始评分不相等,则去掉1个最高分、1个最低分,得到7个有效评分的平均分改变,故A可能改变;对选项B,若9个原始评分全部相等,极差为0,则去掉1个最高分、1个最低分,得到7个有效评分的极差也为0,若9个原始评分不相等,则去掉1个最高分、1个最低分,得到7个有效评分的极差改变,故B可能改变;对选项C,不管9个原始评分是否相等,去掉1个最高分、1个最低分,得到7个有效评分的中位数不变,故C不改变;对选项D,由A知:平均数可能改变,故方差可能改变,故D可能改变.故选ABD.)

11. ABD(提示: x_1, x_2, \dots, x_{60} 的平均数为 a ,

所以 $\frac{2x_1+1+2x_2+1+\cdots+2x_{60}+1}{60} = 2 \times \frac{x_1+x_2+\cdots+x_{60}}{60} = 2a+1$, A 正确; x_1, x_2, \dots, x_{60} 的方差为 b ,

即 $\frac{(x_1-a)^2+(x_2-a)^2+\cdots+(x_{60}-a)^2}{60} = b$,

所以 $\frac{(2x_1+1-2a-1)^2+(2x_2+1-2a-1)^2+\cdots+(2x_{60}+1-2a-1)^2}{60} =$

$4 \frac{(x_1-a)^2+4(x_2-a)^2+\cdots+4(x_{60}-a)^2}{60} = 4 \times \frac{(x_1-a)^2+(x_2-a)^2+\cdots+(x_{60}-a)^2}{60} = 4b$, B 正确;

x_1, x_2, \dots, x_{60} 的中位数为 c , 则 $2x_1+1, 2x_2+1, \dots, 2x_{60}+1$ 的中位数为 $2c+1$, C 错误; x_1, x_2, \dots, x_{60} 的极差为 d , 则 $2x_1+1, 2x_2+1, \dots, 2x_{60}+1$ 的极差为 $2d$, D 正确. 故选 ABD.)

12. AD (提示: 根据题中两组等高堆积条形图, 可知服用 A 药物的动物的患病比例低于未服用 A 药物的动物的患病比例, 所以 A 正确; 服用 A 药物未患病的动物的频率明显大于未服用 A 药物的, 所以可以认为服用 A 药物对预防该疾病有一定效果, 所以 B 不正确; 在对 B 药物的试验中, 患病动物的数量占参与 B 药物试验动物总数的比例为 $\frac{20+40}{200} \times 100\% = 30\% < 60\%$, 所以 C 不正确; B 药物试验结果对应的等高堆积条形图显示未服用药与服用药动物的患病数量的差异较 A 药物试验的大, 所以 B 药物比 A 药物预防该种疾病的效果好, 所以 D 正确. 故选 AD.)

13. 500 (提示: 根据题意抽取的 120 人中有 $120-80=40$ 人选历史. 设该年级首选历史的学生有 x 人, 则 $\frac{x}{120-80} = \frac{1}{120} \times 500$, 解得 $x=500$. 故答案为 500.)

14. 乙 (提示: 在①中, 甲同学的 5 个数据的中位数为 125, 总体均值为 128, 可以找到很多反例, 如 118, 119, 125, 128, 150, 故甲同学的数学成绩不一定优秀; 在②中, 乙同学的 5 个数据的中位数为 127, 众数为 121, 所以前三个数为 121, 121, 127, 则后两个数肯定大于 127, 故乙同学的数学成绩一定优秀; 在③中, 丙同学的 5 个数据的众数为 125, 极差为 10, 总体均值为 125, 最大值与最小值的差为 10, 若最大值为 129, 则最小值为 119. 即 119, 125, 125, 127, 129, 故丙同学的数学成绩不一定优秀. 综上, 数学成绩一定优秀的同学只有乙. 故答案为乙.)

15. 71.5 (提示: 根据题意, 将这 40 个数据从小到大排列, 如下所述, 65, 65, 66, 68, 68, 69, 70, 71, 72, 72, 72, 73, 74, 75, 76, 76, 76, 77, 78, 79, 81, 82, 83, 83, 84, 84, 84, 85, 85, 86, 87, 87, 88, 89, 90, 90, 90, 91, 91, 92, 由 $i=40 \times \frac{20}{100} = 8$, 可知第 20 百分位数为第 8 项数据与第 9 项数据的平均数 $\frac{71+72}{2} = 71.5$. 故答案为 71.5.)

16. 15 (提示: 由频率分布直方图可知月工资收入在 $[30, 35)$ 内的频率为: $1-(0.02+0.04+0.05+0.05+0.01) \times 5 = 0.15$, 所以用分层抽样抽出的 100 人做电话询访, 月工资收入在 $[30, 35)$ 内的频率为 0.15, 则月工资收入在 $[30, 35)$ 内的应抽出 $100 \times 0.15 = 15$ 人. 故答案为 15.)

17. 【解答】(1) 依题意第 5 组的频率为 $\frac{2}{1+3+6+4+2} = \frac{1}{8}$, 所以样本容量为 $12 \div \frac{1}{8} = 96$.

(2) 根据频率分布直方图可知成绩落在 $[70.5, 80.5)$ 的人数最多, 频率为 $\frac{6}{1+3+6+4+2} = \frac{3}{8}$.

(3) 依题意可得 $[50.5, 60.5)$ 的频率为 $\frac{1}{1+3+6+4+2} = \frac{1}{16}$, $[60.5, 70.5)$ 的频率为 $\frac{3}{1+3+6+4+2} = \frac{3}{16}$, $[70.5, 80.5)$ 的频率为 $\frac{6}{1+3+6+4+2} = \frac{3}{8}$, $[80.5, 90.5)$ 的频率为 $\frac{4}{1+3+6+4+2} = \frac{1}{4}$, 因为 $\frac{1}{16} + \frac{3}{16} + \frac{3}{8} = 0.625 < 0.75$, $\frac{1}{16} + \frac{3}{16} + \frac{3}{8} + \frac{1}{4} = 0.825 > 0.75$; 则第 75 百分位数位于第 4 组.

18. 【解答】(1) 平均耗时为: $\frac{26+24+27+25+23}{5} = 25$ s.

(2) 设加训第一次用时 x s, 则第二次用时 $(50-x)$ s,

方差 $s^2 = \frac{1^2+(-1)^2+2^2+0+(-2)^2+(x-25)^2+(25-x)^2}{7} \leq 2$, 解得 $x \in [25-\sqrt{2}, 25+\sqrt{2}]$,

即加训第一次用时范围为 $[25-\sqrt{2}, 25+\sqrt{2}]$.

19. 【解答】(1) 设治理前、后样本的平均值分别为 \bar{x} , \bar{y} , 则 $\bar{x} = 2(0.02 \times 56 + 0.04 \times 58 + 0.12 \times 60 + 0.2 \times 62 + 0.08 \times 64 + 0.04 \times 66) = 61.6$, $\bar{y} = 2(0.04 \times 54 + 0.06 \times 56 + 0.12 \times 58 + 0.18 \times 60 + 0.08 \times 62 + 0.02 \times 64) = 59.04$, 所以 $\bar{x} - \bar{y} = 61.6 - 59.04 = 2.56$ 分贝, 所以治理后比治理前的平均噪声值降低了 2.56 分贝.

(2) 由题意知, 样本中度污染以上的噪声值在 $[60, 65]$, 治理后中度污染以上的频率为 $2 \times \left(0.02 + 0.08 + \frac{0.18}{2}\right) = 0.38$, 所以 $0.38 \times 365 = 138.7 \approx 139$ 天, 故 $277 - 139 = 138$. 所以一年内噪声中度污染以上的天数比治理前减少了 138 天.

20. 【解答】(1) 甲类品牌汽车的 CO₂ 排放量的平均值 $\bar{x}_{\text{甲}} = \frac{80+110+120+140+150}{5} = 120$ (g/km),

甲类品牌汽车的 CO₂ 排放量的方差

$$s_{\text{甲}}^2 = \frac{(80-120)^2 + (110-120)^2 + (120-120)^2 + (140-120)^2 + (150-120)^2}{5} = 600.$$

(2) 由题意知, 乙类品牌汽车的 CO₂ 排放量的平均值

$$\bar{x}_{\text{乙}} = \frac{100+120+x+y+160}{5} = 120 \text{ (g/km)}, \text{ 得 } x+y=220, \text{ 故 } y=220-x,$$

所以乙类品牌汽车的 CO₂ 排放量的方差

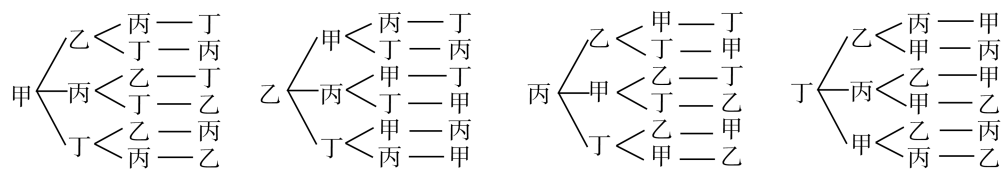
$$s_{\text{乙}}^2 = \frac{(100-120)^2 + (120-120)^2 + (x-120)^2 + (220-x-120)^2 + (160-120)^2}{5},$$

因为乙类品牌汽车比甲类品牌汽车 CO₂ 的排放量稳定性好, 所以 $s_{\text{乙}}^2 < s_{\text{甲}}^2$, 解得 $90 < x < 130$.

作业十二

1. C(提示: 先考虑对立事件“电灯 L 亮”: 首先需要“S₃ 与 e 点相连”, 同时满足“S₁ 与 a 点相连且 S₂ 与 c 点相连”或“S₁ 与 b 点相连且 S₂ 与 d 点相连”, 因此电灯 L 亮的概率 $P = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$, 故电灯 L 不亮的概率为 $\frac{3}{4}$. 故选 C.)

2. B(提示: 根据题意, 列出所有排列的情况, 如下所示:



故所有排列共有 24 种情况, 其中甲、乙两人相邻, 丙、丁两人不相邻共有 4 种: 所以甲、乙两人相邻, 丙、丁两人不相邻的概率为 $\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$. 故选 B.)

3. A(提示: 描写端午节的诗歌有 2 首编号为 a, b , 描写中秋节的诗歌 3 首编号为 1, 2, 3, 从中任选 2 首的所有基本事件有: $ab, a1, a2, a3, b1, b2, b3, 12, 13, 23$ 共 10 个, 其中 2 首诗歌中全是描写中秋节的有 12, 13, 23 共 3 个基本事件, 所以所求概率为 $P = \frac{3}{10}$. 故选 A.)

4. B(提示: 对于①, 比如定义随机试验: 从 10 个红球中任意抽取 3 个球, 定义随机事件 A: 三个球中有一个白球, 则 $P=0$, 且 $\{f(n) | n \in \mathbf{N}^*, n \geq 1\} = \{0\}$, ①错; 对于②, 频率会随着试验的变化而变化, 是一个变化的值, 但随着试验次数的增加, 频率会接近于概率, 因此, $\{f(n) | n \in \mathbf{N}^*, n \geq 1\}$ 不可能只含有两个元素, ②对. 故选 B.)

5. B(提示: 有一点 P 从 A 点出发跳动五次到达点 B, 每次向右或向下跳一个单位长度, 基本事件总数有: 右右下下, 右下右右下, 右下下右下, 右下下下右, 下右右右下, 下右下右下, 下右下下右, 下下下右右, 下下右右下, 下下右右右, 共 10 种, 其中恰好是沿着饕餮纹的路线到达的情况有 1 种, 右右下下, 所以恰好是沿着饕餮纹的路线到达的概率为 $P = \frac{1}{10}$. 故选 B.)

6. C(提示: A 与 B 不互斥, 当向上点数为 1 时, 两者同时发生, 也不对立, 事件 $A+B$ 表示向上点数为 1, 3, 4, 5 之一, 所以 $P(A+B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. 故选 C.)

7. C(提示: 当 $2a-b=0$ 时, 方程组无解; 当 $2a-b \neq 0$ 时, 解得 $\begin{cases} x = \frac{6-2b}{2a-b}, \\ y = \frac{2a-3}{2a-b}, \end{cases}$ 由已知 $\begin{cases} \frac{6-2b}{2a-b} > 0, \\ \frac{2a-3}{2a-b} > 0, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} 2a-b > 0, \\ a > \frac{3}{2}, \\ b < 3 \end{cases}$ 或

$\begin{cases} 2a-b < 0, \\ a < \frac{3}{2}, \\ b > 3, \end{cases}$ 又因为 $a, b \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 所以 a, b 可取的值为 $\begin{cases} a=2, \\ b=2, \end{cases} \begin{cases} a=2, \\ b=1, \end{cases} \begin{cases} a=3, \\ b=2, \end{cases} \begin{cases} a=3, \\ b=1, \end{cases} \begin{cases} a=4, \\ b=2, \end{cases} \begin{cases} a=4, \\ b=1, \end{cases} \begin{cases} a=5, \\ b=2, \end{cases} \begin{cases} a=5, \\ b=1, \end{cases}$

共 13 组, 而 $a, b \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 时, 共有 36 组, 故满足题目的概率 $P = \frac{13}{36}$. 故选 C.)

8. D(提示: 对于 A, $t=12=6+6$, 则概率为 $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$, 选项错误; 对于 B, “t 是奇数”即向上的点数为奇数与偶数之和, 其对立事件为都是奇数或都是偶数, 选项错误; 对于 C, 事件“ $t=2$ ”包含在“ $t \neq 3$ ”中, 不为互斥事件, 选项错误; 对于 D, 事件“ $t > 8$ 且 $mn < 32$ ”的点数有: (3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 3), (6, 4), (6, 5), 共 9 种, 故概率为 $\frac{9}{6 \times 6} = \frac{1}{4}$, 选项正确. 综上可得, 故选 D.)

9. ABD(提示: 根据题意, 依次分析选项: 对于 A, 事件 M 的发生与否与对事件 N 没有影响, 是相互独立事件; 对于 B, 事件 M 的发生与否与对事件 N 没有影响, 是相互独立事件; 对于 C, 若事件 M 发生, 事件 N 发生的概率 $P=12$; 若事件 M 不发生, 事件 N 发生的概率 $P=14$, 事件 M 与 N 不是相互独立事件; 对于 D, 事件 M 的发生与否与对事件 N 没有影响, 是相互独立事件. 故选 ABD.)

10. CD(提示: 记事件 A 为“从甲机床制造的产品中抽到一件正品”, 事件 B 为“从乙机床制造的产品中抽到一件正品”, 事件 C 为“抽取的两件产品中至多有一件正品”, 事件 D 为“抽取的两件产品中恰有一件正品”, 事件 E 为“抽取的两件产品中至少有一件正品”. 由题意知 A, B 是相互独立事件, 则 $P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) = 0.1 \times 0.2 = 0.02$, 故 A 错误; $P(C) = P(\bar{A}\bar{B}) + P(\bar{A}B) + P(A\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) + P(\bar{A})P(B) + P(A)P(\bar{B}) = 0.9 \times 0.2 + 0.1 \times 0.8 + 0.1 \times 0.2 = 0.28$, 故 B 错误; $P(D) = P(\bar{A}B) + P(A\bar{B}) = P(\bar{A})P(B) + P(A)P(\bar{B}) = 0.9 \times 0.2 + 0.1 \times 0.8 = 0.26$, 故 C 正确; $P(E) = 1 - P(\bar{A}\bar{B}) = 1 - 0.02 = 0.98$, 故 D 正确. 故选 CD.)

11. ABC(提示: 甲同学仅随机选一个选项, 共有 4 个基本事件, 分别为 $\{A\}$, $\{B\}$, $\{C\}$, $\{D\}$, 随机事件“若能得 3 分”中有基本事件 $\{C\}$, $\{D\}$, 故“能得 3 分”的概率为 $\frac{1}{2}$, 故 A 正确. 乙同学仅随机选两个选项, 共有 6 个基本事件,

分别为: $\{A, B\}, \{A, C\}, \{A, D\}, \{B, C\}, \{B, D\}, \{C, D\}$, 随机事件“能得 5 分”中有基本事件 $\{C, D\}$, 故“能得 5 分”的概率为 $\frac{1}{6}$, 故 B 正确. 丙同学随机选择选项(丙至少选择一项), 由 A、B 中的分析可知共有基本事件 15 种, 分别为: 选择一项: $\{A\}, \{B\}, \{C\}, \{D\}$; 选择两项: $\{A, B\}, \{A, C\}, \{A, D\}, \{B, C\}, \{B, D\}, \{C, D\}$; 选择三项或全选: $\{A, B, C\}, \{A, B, D\}, \{A, C, D\}, \{B, C, D\}, \{A, B, C, D\}$, 随机事件“能得分”中有基本事件 $\{C\}, \{D\}, \{C, D\}$, 故“能得分”的概率为 $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$, 故 C 正确. 丁同学随机至少选择两个选项, 由 C 的分析可知: 共有基本事件 11 个, 随机事件“能得分”中有基本事件 $\{C, D\}$, 故“能得分”的概率为 $\frac{1}{11}$, 故 D 错误. 故选 ABC.)

12. CD(提示: 对于 A, 因 $S =$ “第一次摸到红球”, $R =$ “两次都摸到红球”, 则 $R \subseteq S$, A 不正确; 对于 B, $R =$ “两次都摸到红球”, $G =$ “两次都摸到绿球”, 两个事件没有公共的基本事件, $R \cap G = \emptyset$, B 不正确; 对于 C, $R =$ “两次都摸到红球”, $G =$ “两次都摸到绿球”, $M =$ “两球颜色相同”, R 或 G 表示摸的两个球的颜色相同, 即 $R \cup G = M$, C 正确; 对于 D, $M =$ “两球颜色相同”, $N =$ “两球颜色不同”, 由对立事件的定义知 $M = \bar{N}$, D 正确. 故选 CD.)

13. 0.6(提示: 甲乙至少有一个晋级下一轮与甲乙一个都没晋级下一轮互为对立事件, 甲晋级下一轮的概率是 0.7, 甲未晋级下一轮的概率是 0.3, 乙晋级下一轮的概率是 p , 乙未晋级下一轮的概率是 $1-p$, $\therefore 0.88 = 1 - 0.3 \times (1-p)$, $\therefore p = 0.6$. 故答案为 0.6.)

14. ④(提示: 记 3 件一等品为 1, 2, 3; 2 件二等品为 4, 5. 从 5 件产品中任取 2 件有 10 种不同的结果: (1, 2), (1, 3), (2, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 5), 都不是一等品的结果有 1 种, 为 (4, 5), 所以都不是一等品的概率为 $\frac{1}{10}$; 至少有 1 件一等品的概率为 $1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$; 恰有 1 件一等品的结果有 6 种, 为 (1, 4), (1, 5), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5), 所以恰有 1 件一等品的概率为 $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$; 2 件均为一等品的结果有 3 种, 为 (1, 2), (1, 3), (2, 3), 所以至多有 1 件一等品的概率为 $1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$. 故答案为④.)

15. (1, 2), (2, 4), (3, 6) (提示: 先后抛掷两枚质地均匀的骰子, 骰子朝上的面的点数分别为 x, y , 则事件“朝上的面的点数 x, y 满足 $\log_{2x} y = 1$ ”包含的样本点有 (1, 2), (2, 4), (3, 6). 故答案为 (1, 2), (2, 4), (3, 6).)

16. $\frac{1}{n}$ (提示: 由“第 k 次恰好打开, 前 $k-1$ 次没有打开”, 所以第 k 次恰好打开房门的概率为 $\frac{n-1}{n} \times \frac{n-2}{n-1} \times \dots \times \frac{n-(k-1)}{n-(k-2)} \times \frac{1}{n-(k-1)} = \frac{1}{n}$. 故答案为 $\frac{1}{n}$.)

17. 【解答】(1) 从盒中摸出一个球, 放回后再摸出一个球, 基本事件总数 $n_1 = 9 \times 9 = 81$, 两球颜色恰好不同包含的基本事件个数 $m_1 = 4 \times 5 + 5 \times 4 = 40$, 所以两球恰好颜色不同的概率为 $P_1 = \frac{40}{81}$.

(2) 取到第三次时停止摸球, 则前两次都是摸到黑球, 第三次摸到白球. 基本事件总数 $n_2 = 9 \times 8 \times 7$, 包含的基本事件个数 $m_2 = 4 \times 3 \times 5$, 所以第三次时停止摸球的概率为 $P_2 = \frac{4 \times 3 \times 5}{9 \times 8 \times 7} = \frac{5}{42}$.

18. 【解答】(1) 由各小矩形面积和为 1 得: $0.005 \times 20 + 0.01 \times 20 + a \times 20 + b \times 20 = 1$, 即 $a + b = 0.035$. 又因为第三组比第四组多 4 人, 所以 $a \times 20 \times 40 - b \times 20 \times 40 = 4$, 即 $a - b = 0.005$. 所以 $\begin{cases} a + b = 0.035, \\ a - b = 0.005, \end{cases}$ 解得 $a = 0.02, b = 0.015$.

(2) 成绩不小于 90 分的频率为 $(100 - 90) \times 0.015 = 0.15$, 800 人中成绩不小于 90 分的频数为 $800 \times 0.15 = 120$, 所以全市获得一等奖的人数为 120 人.

(3) 第一组和第二组频率比为 1 : 2, 所以 6 人中, 第一组有 2 人, 第二组有 4 人. 设第一组 2 人为 a_1, a_2 , 第二组 4 人为 b_1, b_2, b_3, b_4 , 6 人中随机抽取 2 人样本空间为 $\Omega = \{(a_1, a_2)(a_1, b_1)(a_1, b_2)(a_1, b_3)(a_1, b_4)(a_2, b_1)(a_2, b_2)(a_2, b_3)(a_2, b_4)(b_1, b_2)(b_1, b_3)(b_1, b_4)(b_2, b_3)(b_2, b_4)(b_3, b_4)\}$, 共 15 个样本点, 设事件 A 为 2 人来自同一组 $A = \{(a_1, a_2)(b_1, b_2)(b_1, b_3)(b_1, b_4)(b_2, b_3)(b_2, b_4)(b_3, b_4)\}$, 共 7 个样本点, 所以 $P(A) = \frac{7}{15}$, 所以 2 人来自同一组的概率为 $\frac{7}{15}$.

19. 【解答】(1) 由表格中的数据可知, 选考方案确定的男生中, 选择“物理、化学和地理”的人数是 2.

(2) 由题中表格数据可知, 男生确定选考生物的学生有 3 人, 女生确定选考生物的学生有 6 人, 故估计该学校高一年级确定选考生物的学生有 $\frac{9}{30} \times 420 = 126$ (人).

(3) 由题中表格数据可知, 已确定选考方案的男生共 6 人, 其中有 3 人选择“物理、化学和生物”, 分别记为 a_1, a_2, a_3 ; 有 1 人选择“物理、化学和历史”, 记为 b ; 有 2 人选择“物理、化学和地理”, 分别记为 c_1, c_2 . 从已确定选考方案的男生中任选 2 名, 有 $a_1a_2, a_1a_3, a_1b, a_1c_1, a_1c_2, a_2a_3, a_2b, a_2c_1, a_2c_2, a_3b, a_3c_1, a_3c_2, bc_1, bc_2, c_1c_2$, 共 15 种选法, 其中这 2 名学生选考科目完全相同的选法有 $a_1a_2, a_1a_3, a_2a_3, c_1c_2$, 共 4 种. 记事件 A 为“从已确定选考方案的男生中任选 2 名, 这 2 名学生选考科目完全相同”, 则 $P(A) = \frac{4}{15}$.

作业十三

1. C (提示: 由题意, 得样本点为(数学, 计算机), (数学, 航空模型), (数学, 绘画), (计算机, 航空模型), (计算机, 绘画), (航空模型, 绘画), 共 6 个. 故选 C.)

2. A (提示: 因为事件 A 与事件 B 不能同时发生且 A, B 至少有一个发生, 所以事件 A 与事件 B 为对立事件, 而 $P(B) = 0.6$, 所以由 $P(A) + P(B) = 1 \Rightarrow P(A) = 1 - P(B) = 1 - 0.6 = 0.4$, 又因为事件 A 与事件 C 不能同时发生, 所以事件 A 与事件 C 是互斥事件, 因为 $P(C) = 0.2$, 所以 $P(A \cup C) = P(A) + P(C) = 0.2 + 0.4 = 0.6$. 故选 A.)

3. A (提示: 对于选项 A, 概率是唯一的确定的值, 而频率是统计出来的, 通过一次次的试验得到, 因此随机事件的概率与频率是两个不同的概念, 故 A 错误; 对于选项 B, 频率是指每个对象出现的次数与总次数的比值, 故取值范围是 $[0, 1]$, 故 B 正确; 对于选项 C, D, 由必然事件和不可能事件的定义可知, 说法正确. 故选 A.)

4. B (提示: 两人得分相同的情况有两种, 两人得分均为 0 分和 1 分, 当两人得分均为 0 分时, 概率为 $P_1 = (1 - 0.8) \times (1 - 0.7) = 0.06$. 两人得分均为 1 分时, 概率为 $P_2 = 0.8 \times 0.7 = 0.56$, 所以甲、乙两同学各罚球一次, 则两人得分相同的概率为 $P = 0.06 + 0.56 = 0.62$, 即甲、乙两同学各罚球一次, 则两人得分相同的概率为 62%. 故选 B.)

5. C (提示: $P(A), P(B)$ 分别表示随机事件 A, B 发生的概率, $P(A \cup B)$ 表示事件 A, B 至少有一个发生的概率, 故 $1 - P(A \cup B)$ 表示事件 A, B 都不发生的概率. 故选 C.)

6. A (提示: 事件 $E =$ “第一枚硬币正面朝上”, 事件 $F =$ “第二枚硬币反面朝上”, 可知两事件互不影响, 即 E 与 F 相互独立, 故 A 正确; 由于事件 E 与事件 F 能同时发生, 所以不为互斥事件, 故 B 错误; 显然事件 E 和事件 F 不相等, 故 C 错误; 由 $P(E) = \frac{1}{2}, P(F) = \frac{1}{2}$, 所以 $P(E \cup F) = 1 - P(\bar{E})P(\bar{F}) = 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$, 故 D 错误. 故选 A.)

7. C (提示: 在 1, 2, 3, 4 四个数中随机地抽取一个数记为 a , 再在剩余的三个数中随机地抽取一个数记为 b , 基本事件总数为 $4 \times 3 = 12$, “ $\frac{a}{b}$ 不是整数”包含的基本事件有 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}$ 共 8 个, 所以“ $\frac{a}{b}$ 不是整数”的概率 $p = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$. 故选 C.)

8. B(提示: 两人分别从 1, 2, 3, 4 四个数中任取一个, 共有 16 个样本点, 为: (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), 这 16 个样本点发生的可能性是相等的. 其中满足 $|a-b| \leq 1$ 的样本点有 (1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 3), (4, 4), 共 10 个, 故他们“心有灵犀”的概率为 $P = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$. 故选 B.)

9. ABC(提示: 由题意得: $P(A) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$; $P(B) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$; $P(C) = \frac{100-20-70}{100} = \frac{1}{10}$; $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{9}{10} \neq P(C)$, $P(A \cap B) = 0$, 故 A, B, C 均正确, D 错误. 故选 ABC.)

10. AD(提示: 因为口袋里装有 1 红、2 白、3 黄共 6 个形状相同小球, 从中取出两球, 事件 A = “取出的两球同色”, B = “取出的两球中至少有一个黄球”, C = “取出的两球至少有一个白球”, D = “取出的两球不同色”, E = “取出的 2 球中至多有一个白球”, 由对立事件定义得 A 与 D 为对立事件, 故选项 A 正确; B 与 C 有可能同时发生, 故 B 与 C 不是互斥事件, 故选项 B 错误; C 与 E 有可能同时发生, 不是对立事件, 故选项 C 错误; $P(C) = 1 - \frac{6}{15} = \frac{3}{5}$, $P(E) = \frac{14}{15}$, $P(CE) = \frac{8}{15}$, 从而 $P(C \cup E) = P(C) + P(E) - P(CE) = 1$, 故选项 D 正确. 故选 AD.)

11. ABC(提示: 依题意, $P(A) = \frac{55}{100} = 0.55$, $P(B) = \frac{18}{100} = 0.18$, 显然事件 A, B 互斥, $P(C) = 1 - P(A+B) = 1 - P(A) - P(B) = 0.27$, 事件 B, C 互斥, 则 $P(B+C) = P(B) + P(C) = 0.45$, 于是得选项 A, B, C 都正确, 选项 D 不正确. 故选 ABC.)

12. {甲乙、甲丙、乙丙}(提示: 从甲、乙、丙三人中选出两名代表, 其基本事件为: 甲乙、甲丙、乙丙, 所以样本空间为: {甲乙、甲丙、乙丙}. 故答案为 {甲乙、甲丙、乙丙}.)

13. 0.6(提示: 设事件 A: 抽到甲区民众 $P(A) = \frac{3}{3+4+3} = 0.3$; 设事件 B: 抽到乙区民众 $P(B) = \frac{4}{3+4+3} = 0.4$; 设事件 C: 抽到丙区民众 $P(C) = \frac{3}{3+4+3} = 0.3$; 所以 $P = 40\% \times P(A) + 60\% \times P(B) + 80\% \times P(C) = 0.4 \times 0.3 + 0.6 \times 0.4 + 0.8 \times 0.3 = 0.6$. 故答案为 0.6.)

14. $\frac{1}{2}$ (提示: 根据题意, 甲、乙两人能成功破译的概率分别是 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, 则密码没有被破译, 即甲、乙都没有成功破译密码的概率为 $P_1 = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$, 故该密码被成功破译的概率为 $P_2 = 1 - P_1 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$. 故答案为 $\frac{1}{2}$.)

15. $\frac{2}{45}$ (提示: 设 x_k 是从上往下数第 k 行的最大数, 设 $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ 的概率为 p_n , 最大数在第 n 行的概率为 $\frac{n}{n(n+1)} = \frac{2n}{n(n+1)} = \frac{2}{n+1}$, 在任意排好第 n 行后余下的 $\frac{n(n-1)}{2}$ 个数排在前 $(n-1)$ 行符合要求的排列的概率为 p_{n-1} , 所以 $p_n = \frac{2}{n+1} p_{n-1}$, 以此类推, $p_n = \frac{2}{n+1} \cdot \frac{2}{n} \cdot \dots \cdot \frac{2}{3} p_1$, 所以当 $n=5$ 时, $p_5 = \frac{2}{45}$. 故答案为 $\frac{2}{45}$.)

16. 【解答】(1) 因为组距为 10, 所以 $(2a+3a+7a+6a+2a) \times 10 = 200a = 1$, 解得 $a = \frac{1}{200} = 0.005$.

(2) 成绩在 [50, 60) 中的频率为 $2a \times 10 = 20a = 0.1$, 所以成绩在 [50, 60) 中的人数为 2. 同理, 成绩在 [60, 70) 的学生人数为 $3a \times 10 \times 20 = 3 \times 0.005 \times 10 \times 20 = 3$.

(3) 设成绩 [50, 60) 的 2 人的成绩分别为 A_1, A_2 , 成绩在 [60, 70) 中的 3 人的成绩分别为 B_1, B_2, B_3 , 则从成绩在 [50, 70) 的学生中任选 2 人的成绩共有 10 种选法, 即样本空间为 $\Omega = \{(A_1, A_2), (A_1, B_1), (A_1, B_2), (A_1, B_3),$

$(A_2, B_1)(A_2, B_2)(A_2, B_3)(B_1, B_2)(B_1, B_3)(B_2, B_3)\}$, 其中 2 人的成绩都在 $[60, 70)$ 中的样本点有 3 个, 即 $(B_1, B_2)(B_1, B_3)(B_2, B_3)$, 故所求概率为 $P = \frac{3}{10}$.

17. 【解答】(1) 由表格中的数据可得 $P(A) = \frac{60}{80} = \frac{3}{4}$.

(2) 由表格中的数据可得 $P(B) = \frac{45}{80} = \frac{9}{16}$, 所以 $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$.

(3) 可知 $\bar{A}B$ 即 30 岁以下且专科学历, 所以 $P(\bar{A}B) = \frac{5}{80} = \frac{1}{16}$.

18. 【解答】(1) 分数在 110~120 内的学生的频率为: $P_1 = (0.04 + 0.03) \times 5 = 0.35$, 所以该班总人数为 $N = \frac{14}{0.35} = 40$.

分数在 120~125 内的学生的频率为: $P_2 = 1 - (0.01 + 0.04 + 0.05 + 0.04 + 0.03 + 0.01) \times 5 = 0.10$, 分数在 120~125 内的人数为: $n = 40 \times 0.10 = 4$.

(2) 由频率直方图可知, 众数是最高的矩形底边中点的横坐标, 即为 $\frac{105 + 110}{2} = 107.5$. 设中位数为 a , $\because 0.01 \times 5 + 0.04 \times 5 + 0.05 \times 5 = 0.50$, $\therefore a = 110$. \therefore 众数和中位数分别是 107.5, 110.

(3) 由题意分数在 115~120 内有学生 $40 \times (0.03 \times 5) = 6$ 名, 其中男生有 2 名. 设女生为 A_1, A_2, A_3, A_4 , 男生为 B_1, B_2 , 从 6 名学生中选出 2 名的基本事件为: $(A_1, A_2), (A_1, A_3), (A_1, A_4), (A_1, B_1), (A_1, B_2), (A_2, A_3), (A_2, A_4), (A_2, B_1), (A_2, B_2), (A_3, A_4), (A_3, B_1), (A_3, B_2), (A_3, B_1), (A_4, B_1), (A_4, B_2), (A_4, B_1), (B_1, B_2)$, 共 15 种, 其中至多有 1 名男生的基本事件共 14 种, \therefore 其中至多含有 1 名男生的概率为 $P = \frac{14}{15}$.

19. 【解答】(1) 设甲发球甲赢为事件 A , 乙发球甲赢为事件 B , 该局打 4 个球甲赢为事件 C , 由题知, $P(A) = \frac{2}{3}$, P

$(B) = \frac{1}{4}$, $\therefore C = \bar{A}B\bar{A}B$, $\therefore P(C) = P(\bar{A}B\bar{A}B) = P(\bar{A})P(B)P(\bar{A})P(B) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$, \therefore 该局打 4 个球甲赢的概率为 $\frac{1}{12}$.

(2) 设该局打 5 个球结束时甲赢为事件 D , 乙赢为事件 E , 打 5 个球结束为事件 F , 易知 D, E 为互斥事件, $D = \bar{A}B\bar{A}B\bar{A}$, $E = A\bar{B}A\bar{B}A$, $F = D \cup E$, $\therefore P(D) = P(\bar{A}B\bar{A}B\bar{A}) = P(\bar{A})P(B)P(\bar{A})P(B)P(\bar{A}) = \left(1 - \frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{4} \times \left(1 - \frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{216}$, $P(E) = P(A\bar{B}A\bar{B}A) = P(A)P(\bar{B})P(A)P(\bar{B})P(A) = \frac{2}{3} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \frac{2}{3} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{12}$, $\therefore P(F) = P(D \cup E) = P(D) + P(E) = \frac{1}{216} + \frac{1}{12} = \frac{19}{216}$, \therefore 该局打 5 个球结束的概率为 $\frac{19}{216}$.

作业十四

1. D (提示: 因为事件 A 与事件 B 是互斥事件, \bar{A}, \bar{B} 不一定是互斥事件, 所以 $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ 不一定为 0, 故 A 错误; 因为 $A \cap B = \emptyset$, 所以 $P(A \cap B) = 0$, 而 $P(A)P(B)$ 不一定为 0, 故 B 错误; 因为事件 A 与事件 B 是互斥事件, 不一定是对立事件, 所以 C 错误; 因为事件 A 与事件 B 是互斥事件, $\bar{A} \cup \bar{B}$ 是必然事件, 所以 $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1$, 故 D 正确. 故选 D.)

2. B (提示: 设这 10 个数据分别为: $x_1, x_2, \dots, x_7, x_8 = 4, x_9 = 5, x_{10} = 6$, 根据题意 $\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_7}{7} = 5 \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_7 = 35$, $\frac{(x_1 - 5)^2 + (x_2 - 5)^2 + \dots + (x_7 - 5)^2}{7} = 2 \Rightarrow (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 5)^2 + \dots + (x_7 - 5)^2 = 14$, 所以 $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{10} = \frac{35 + 4 + 5 + 6}{10} =$

$$5, s^2 = \frac{(x_1-5)^2 + (x_2-5)^2 + \cdots + (x_{10}-5)^2}{10} = \frac{14 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + \cdots + (6-5)^2}{10} = 1.6.$$

3. A(提示: 设小王、小李、小方三人修剪的树的棵数分别为 a, b, c , 用 (a, b, c) 表示小王、小李、小方三人修剪的树的棵数, 则所有的基本事件有: $(1, 1, 4), (1, 2, 3), (1, 3, 2), (1, 4, 1), (2, 1, 3), (2, 2, 2), (2, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1), (4, 1, 1)$, 共 10 个基本事件, 其中, 事件“小王至少修剪 3 棵”所包含的基本事件有: $(3, 1, 2), (3, 2, 1), (4, 1, 1)$, 共 3 个基本事件, 因此, 所求概率为 $P = \frac{3}{10}$. 故选 A.)

4. B(提示: 集合 A 中的元素有 $(1, 7), (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2), (7, 1)$ 共 7 个, 其中属于集合 B 的有 $(1, 7), (2, 6), (3, 5)$ 共 3 个元素, 故从集合 A 中任取一个元素 m , 则 $m \in B$ 的概率为 $\frac{3}{7}$. 故选 B.)

5. A(提示: 依题意敌方高速飞行器被拦截的概率为 $1 - (1 - 0.8) \times (1 - 0.8) = 0.96$. 故选 A.)

6. B(提示: 对于选项 A, 数据 1, 2, 3, 3, 4, 5 的平均数为 $\frac{1}{6}(1+2+3+3+4+5) = 3$, 众数和中位数都是 3, 故选项 A 正确; 对于选项 B, 根据样本的抽样比等于各层的抽样比, 样本容量为 $9 \div \frac{3}{1+2+3} = 18$, 故选项 B 不正确; 对于选项 C, 乙组数据的平均数为 $\frac{1}{5}(5+6+9+10+5) = 7$, 乙组数据的方差为 $\frac{1}{5}[(5-7)^2 + (6-7)^2 + (9-7)^2 + (10-7)^2 + (5-7)^2] = 4.4 < 5$, 所以这两组数据中较稳定的是乙, 故选项 C 正确; 对于选项 D, 将该组数据从小到大排列为 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 6, 由 $10 \times 85\% = 8.5$, 则该组数据的 85% 分位数为 5, 故 D 正确. 故选 B.)

7. B(提示: $f(x) = \log_a x - 3 \log_a 2$, $a \in \left\{ \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, 2, 4, 5, 8, 9 \right\}$, \therefore 基本事件总数为 7. 当 $a > 1$ 时, 由 $f(3a+2) >$

$$f(2a) > 0, \text{ 得 } \left. \begin{array}{l} 3+2a > 2a \\ 2a > 1 \\ \frac{2a}{8} > 1 \end{array} \right\}, \text{ 解得 } a > 4, \text{ 即 } a = 5, 8, 9 \text{ 时才成立; 当 } a < 1 \text{ 时, } 3a+2 < 2a, \text{ 即 } a < -2, \therefore a \text{ 不存在; } \therefore \text{ 满足}$$

$f(3a+2) > f(2a) > 0$ 的基本事件个数为 3. \therefore 满足 $f(3a+2) > f(2a) > 0$ 的概率为 $\frac{3}{7}$. 故选 B.)

8. A(提示: 设“ C 正常工作”为事件 G , “ D 正常工作”为事件 H , 则 $P(G) = P(H) = \frac{1}{2}$; “ A 与 B 中至少有一个不正常工作”为事件 T , “ E 与 F 中至少有一个不正常工作”为事件 R , 则 $P(T) = P(R) = 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$, 于是得系统不正常工作的的事件为 $TR\bar{G}\bar{H}$, 而 T, R, \bar{G}, \bar{H} 相互独立, 所以系统正常工作的概率为 $P = 1 - P(T) \cdot P(R) \cdot P(\bar{G}) \cdot P(\bar{H}) = \frac{55}{64}$. 故选 A.)

9. BC(提示: 对于 A, 从 4 个小球中选取两个小球共有 6 种方案, 其中两个小球颜色相同的方案数为 2 种, 故甲获胜的概率为 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, 故 A 选项错误; 对于 B, 随着事件次数的增加, 频率会越来越接近概率, 故事件 A 发生的频率可以估计事件发生的概率, 故 B 选项正确; 对于 C, 必然事件一定发生, 故其概率是 1, 故 C 选项正确; 对于 D, 古典概型要求随机事件的结果可能性相等, 在适宜的条件下种下一粒种子, 观察它是否发芽, 这个试验发芽与不发芽可能性不一定相等, 故 D 选项错误. 故选 BC.)

10. ABD(提示: 设被污染的数为 a , 由这组数据的平均数 $\bar{x} = \frac{1}{10}(7+8+8+a+6+10+7+9+8+9) = 8$, 解得 $a = 8$. 这 10 个数据中 8 出现了 4 次, 出现的次数最多, 所以众数是 8. 将这 10 个数据按从小到大的顺序排列, 为 6, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 10, 中位数应是第 5 和第 6 个数的平均数, 即 $\frac{8+8}{2} = 8$. 这组数据中最大的为 10, 最小的为 6, 故极差为 10

-6=4. 去掉其中的一个最大数 10 和一个最小数 6 后的 8 个数据中, 众数仍为 8, 中位数还是 8, 平均数为 8, 极差为 9-7=2, 所以 A, B, D 正确, C 不正确. 故选 ABD.)

11. CD(提示: 先后抛掷两颗质地均匀的骰子, 共有 36 种不同的情形. A. $a+b=7$ 时满足的情形有 (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1), 故 $P=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$, 故 A 错误; B. $\frac{a}{b}\geq 2$ 时满足的情形有 (2, 1), (3, 1), (4, 1), (4, 2), (5, 1), (5, 2), (6, 1), (6, 2), (6, 3), 故 $P=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$, 故 B 错误; C. $ab=6$ 时满足的情形有 (1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1), 故 $P=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$, 故 C 正确; D. $a+b$ 是 6 的倍数的情形有 (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1), (6, 6), 故 $a+b$ 是 6 的倍数的概率是 $\frac{1}{6}$, 故 D 正确. 故选 CD.)

12. AD(提示: 对于 A, 因为甲地中位数为 2, 极差为 5, 故最大值不会大于 $2+5=7$, 故 A 正确. 对于 B, 若乙地过去 10 日分别为 0, 0, 0, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 8, 则满足总体平均数为 2, 众数为 2, 但不满足每天新增疑似病例不超过 7 人, 故 B 错误. 对于 C, 若丙地过去 10 日分别为 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 9, 则满足总体平均数为 1, 总体方差大于 0, 但不满足每天新增疑似病例不超过 7 人, 故 C 错误. 对于 D, 利用反证法, 若至少有一天疑似病例超过 7 人, 则方差大于 $\frac{1}{10}\times(8-2)^2=3.6>3$. 与题设矛盾, 故连续 10 天, 每天新增疑似病例不超过 7 人, 故 D 正确. 故选 AD.)

13. 27(提示: 把数据按照从小到大的顺序排列为 15, 19, 21, 22, 25, 26, 28, 30, 31, 34, 因为 $10\times 60\%=6$, 所以第 60 百分位数为 $\frac{26+28}{2}=27$. 故答案为 27.)

14. 16(提示: 设样本数据的平均数为 \bar{x} , 则 $y_i=2x_i-1$ 的平均数为 $2\bar{x}-1$, 则 $y_1, y_2, \dots, y_{2017}$ 的方差为 $\frac{1}{2017}[(2x_1-1-2\bar{x}+1)^2+(2x_2-1-2\bar{x}+1)^2+\dots+(2x_{2017}-1-2\bar{x}+1)^2]=4\times\frac{1}{2017}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\dots+(x_{2017}-\bar{x})^2]=4\times 4=16$. 故答案为 16.)

15. $\frac{9}{10}$ (提示: 记事件 M : 从五个分别标有 A, B, C, D, E 的小球, 随机取出三个小球放进三个盒子, 则 D, E 至少有一个在盒子中; 则事件 \bar{M} : 从五个分别标有 A, B, C, D, E 的小球, 随机取出三个小球放进三个盒子, 则 D, E 都不在盒子中; 所有的基本事件有: ABC, ABD, ABE, ACD, ACE, ADE, BCD, BCE, BDE, CDE, 共 10 种, 事件 \bar{M} 所包含的基本事件为: ABC, 共 1 种, 故 $P(M)=1-P(\bar{M})=1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$. 故答案为 $\frac{9}{10}$.)

16. -1(提示: 设新数据 $3x_1+1, 3x_2+1, 3x_3+1, \dots, 3x_n+1$ 的平均数为 \bar{x}_1 , 方差为 s_1^2 , 可得: $\bar{x}_1=3\bar{x}+1, s_1^2=9s^2$, 由新数据平均数比方差大 4, 可得 $3\bar{x}+1=9s^2+4$, 可得 $s^2=\frac{1}{3}\bar{x}-\frac{1}{3}$, 可得: $s^2-\bar{x}^2=\frac{1}{3}\bar{x}-\frac{1}{3}-\bar{x}^2=-\left(\bar{x}-\frac{1}{6}\right)^2-\frac{11}{36}$, 由 $s^2=\frac{1}{3}\bar{x}-\frac{1}{3}\geq 0$, 可得 $\bar{x}\geq 1$, 可得当 $\bar{x}=1$ 时, 可得 $s^2-\bar{x}^2$ 的最大值为: $-\left(1-\frac{1}{6}\right)^2-\frac{11}{36}=-1$. 故答案为 -1.)

17. 【解答】(1)“同时抛掷两颗骰子”的样本空间是 $\Omega=\{(i, j) \mid i=1, 2, \dots, 6; j=1, 2, \dots, 6\}$, 其中 i, j 分别是抛掷第一颗与第二颗骰子所得的点数. 将“出现两个 1 点”这个事件用 A 表示, 则事件 A 就是子集 $\{(1, 1)\}$.

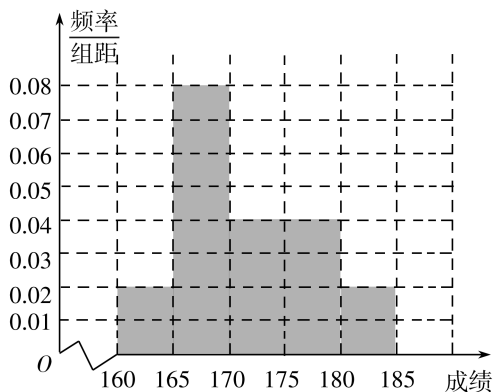
(2) 样本空间 Ω 一共有 $6\times 6=36$ 个基本事件, 它们是等可能的, 从而“出现两个 1 点”的概率为 $P(A)=\frac{1}{36}$.

(3) 将“点数之和为 7”这个事件用 B 表示, 则 $B=\{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$, 事件 B 共有 6 个基本事件, 从而“点数之和为 7”的概率为 $P(B)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.

18. 【解答】(1)由频率分布直方图可知成绩在 $[100, 110]$ 分数段的频率为： $0.025 \times 10 = 0.25$ ，所以可得成绩不低于90分的人数为 $\frac{12}{0.25} = 48$ 人. 由频率分布直方图可知成绩高于110分的频率为 $(0.045 + 0.015 + 0.005) \times 10 = 0.65$ ，所以此次考试应奖励的人数为 $0.65 \times 48 = 31$ 人.

(2)设中位数为 x ，则 $(0.01 + 0.025) \times 10 + 0.045 \times (x - 110) = 0.5$ ，解得 $x = 110 + \frac{10}{3} \approx 113$ ，平均数为： $95 \times 0.01 \times 10 + 105 \times 0.025 \times 10 + 115 \times 0.045 \times 10 + 125 \times 0.015 \times 10 + 135 \times 0.005 \times 10 = 113$.

19. 【解答】(1)第1组的频数为 $100 \times 0.100 = 10$ 人，所以①处应填的数为 $100 - (10 + 20 + 20 + 10) = 40$ ，从而第2组的频率为 $\frac{40}{100} = 0.400$ ，因此②处应填的数为 $1 - (0.1 + 0.4 + 0.2 + 0.1) = 0.200$. 频率分布直方图如图所示.



(2)设第3组的2名选手为 A_1, A_2 ，第4组的2名选手为 B_1, B_2 ，第5组的1名选手为 C_1 ，则从这5名选手中抽取2名选手的所有情况为 $(A_1, A_2), (A_1, B_1), (A_1, B_2), (A_1, C_1), (A_2, B_1), (A_2, B_2), (A_2, C_1), (B_1, B_2), (B_1, C_1), (B_2, C_1)$ ，共10种，其中第4组的2名选手 B_1, B_2 中至少有1名选手入选的有：

$(A_1, B_1), (A_1, B_2), (A_2, B_1), (A_2, B_2), (B_1, B_2), (B_1, C_1), (B_2, C_1)$ ，共有7种，所以第4组至少有1名选手被考官A面试的概率为 $\frac{7}{10}$.

20. 【解答】(1)记6个球的标号分别为 $1_a, 1_b, 2_a, 2_b, 3_a, 3_b$ ，则一次取出2个小球的情况有 $(1_a, 1_b), (1_a, 2_a), (1_a, 2_b), (1_a, 3_a), (1_a, 3_b), (1_b, 2_a), (1_b, 2_b), (1_b, 3_a), (1_b, 3_b), (2_a, 2_b), (2_a, 3_a), (2_a, 3_b), (2_b, 3_a), (2_b, 3_b)$ ，共15种，而2个球上的标号为相同数字的情况有 $(1_a, 1_b), (2_a, 2_b), (3_a, 3_b)$ ，共3种，所以取出的2个球上的标号为相同数字的概率为 $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$.

(2)记6个球的标号分别为 $1_a, 1_b, 2_a, 2_b, 3_a, 3_b$ ，则有放回地先后取出2个小球的情况有 $(1_a, 1_a), (1_a, 1_b), (1_b, 1_a), (1_b, 1_b), (2_a, 2_a), (2_a, 2_b), (2_b, 2_a), (2_b, 2_b), (3_a, 3_a), (3_a, 3_b), (3_b, 3_a), (3_b, 3_b), (1_a, 2_a), (1_a, 2_b), (1_b, 2_a), (1_b, 2_b), (2_a, 1_a), (2_a, 1_b), (2_b, 1_a), (2_b, 1_b), (1_a, 3_a), (1_a, 3_b), (1_b, 3_a), (1_b, 3_b), (3_a, 1_a), (3_a, 1_b), (3_a, 2_a), (3_a, 2_b), (3_b, 1_a), (3_b, 1_b), (2_a, 3_a), (2_a, 3_b), (2_b, 3_a), (2_b, 3_b), (3_a, 2_a), (3_a, 2_b), (3_b, 2_a), (3_b, 2_b)$ ，共36种，而2个球上的标号为相同数字的情况有 $(1_a, 1_a), (1_a, 1_b), (1_b, 1_a), (1_b, 1_b), (2_a, 2_a), (2_a, 2_b), (2_b, 2_a), (2_b, 2_b), (3_a, 3_a), (3_a, 3_b), (3_b, 3_a), (3_b, 3_b)$ ，共12种，所以取出的2个球上的标号为相同数字的概率为 $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$.

(3)不放回地先后取出2个小球，小球的标号构成的点 (x, y) 的情况有 $(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)$ ，共9种，而点 (x, y) 满足 $x^2 + y^2 < 8$ 的情况有 $(1, 1), (1, 2), (2, 1)$ ，共3种，所以点 (x, y) 满足 $x^2 + y^2 < 8$ 的概率为 $\frac{1}{3}$.

作业十五

1. C(提示：由题意可知，肉馅包子的个数为 $10 \times \frac{2}{5} = 4$ ，从中随机取出1个，不是豆沙馅包子的概率为 $\frac{7}{10}$ ，则该包

子是豆沙馅包子的概率为 $1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$, 所以豆沙馅包子的个数为 $10 \times \frac{3}{10} = 3$, 因此, 素馅包子的个数为 $10 - 4 - 3 = 3$. 故选

C.)

2. C(提示: 对于 A, 样本中对平台一满意的人数为 $2\,000 \times 6\% \times 35\% = 42$, 故选项 A 错误; 对于 B, 总体中对平台二满意的人数为 $1\,500 \times 20\% = 300$, 故选项 B 错误; 对于 C, 样本中对平台一和平台二满意的总人数为 $2\,000 \times 6\% \times 35\% + 1\,500 \times 6\% \times 20\% = 60$, 故选项 C 正确; 对于 D, 对平台三满意率为 $\frac{120}{2\,500 \times 6\%} = 80\%$, 故选项 D 错误. 故选 C.)

3. C(提示: 5 人小组中, 设 2 名男生分别为 a, b , 3 名女生分别为 A, B, C , 则任意选出 2 名同学, 共有 10 个基本事件, 其中选出的同学中既有男生又有女生共有 6 个基本事件, 所以 $P = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$. 故选 C.)

4. B(提示: 不妨设 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5$, 平均数为 \bar{x} , 方差为 s^2 , 则 $s^2 = \frac{1}{5}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2) - \bar{x}^2$, 解得 $\bar{x} = 7$, 即 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 35$, 所以 $\frac{1}{5}[(x_1 - 7)^2 + (x_2 - 7)^2 + (x_3 - 7)^2 + (x_4 - 7)^2 + (x_5 - 7)^2] = 4$, 则 $9 \leq x_5 \leq 11$. 当 $x_5 = 9$ 时, 数据依次为 5, 6, 7, 8, 9, 则样本的方差为 $\frac{1}{5}[(5-7)^2 + (6-7)^2 + (7-7)^2 + (8-7)^2 + (9-7)^2] = 2$, 不满足题意; 当 $x_5 = 10$ 时, 数据依次为 4, 6, 7, 8, 10, 则样本的方差为 $\frac{1}{5}[(4-7)^2 + (6-7)^2 + (7-7)^2 + (8-7)^2 + (10-7)^2] = 4$, 满足题意; 当 $x_5 = 11$ 时, $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 24$, $x_1 \leq 4$, $(x_1 - 7)^2 + (x_5 - 7)^2 > 20$, 此时方差大于 4, 不合题意. 故样本中最大的数为 10, 最小的数为 4, 极差为 6. 故选 B.)

5. C(提示: 由频率分布直方图得: 甲地区 $[40, 60)$ 的频率为: $(0.015 + 0.020) \times 10 = 0.35$, $[60, 70)$ 的频率为 $0.025 \times 10 = 0.25$, \therefore 甲地区用户满意度评分的中位数 $m_1 = 60 + \frac{0.5 - 0.35}{0.25} \times 10 = 66$, 甲地区的平均数 $s_1 = 45 \times 0.015 \times 10 + 55 \times 0.020 \times 10 + 65 \times 0.025 \times 10 + 75 \times 0.020 \times 10 + 85 \times 0.010 \times 10 + 95 \times 0.010 \times 10 = 67$. 乙地区 $[50, 70)$ 的频率为: $(0.005 + 0.020) \times 10 = 0.25$, $[70, 80)$ 的频率为: $0.035 \times 10 = 0.35$, \therefore 乙地区用户满意度评分的中位数 $m_2 = 70 + \frac{0.5 - 0.25}{0.35} \times 10 \approx 77.1$, 乙地区的平均数 $s_2 = 55 \times 0.005 \times 10 + 65 \times 0.020 \times 10 + 75 \times 0.035 \times 10 + 85 \times 0.025 \times 10 + 95 \times 0.015 \times 10 = 77.5$. $\therefore m_1 < m_2, s_1 < s_2$. 故选 C.)

6. D(提示: 甲要获得冠军共分为两种情况: 一是第一场就取胜, 这种情况的概率为 $\frac{1}{2}$; 二是第一场失败, 第二场取胜, 这种情况的概率为 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$; 则甲获得冠军的概率为 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$, 故选 D.)

7. C(提示: 一枚骰子先后抛掷两次, 样本点一共有 36 个; 方程有实数根, 需满足 $b^2 - 4c \geq 0$; 样本点中满足 $b^2 - 4c \geq 0$ 的有 $(2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)$, 共 19 个. 故选 C.)

8. B(提示: 由数据 1, 2, 3, 4, $x(0 < x < 5)$ 的平均数 $\frac{1+2+3+4+x}{5} = 2 + \frac{x}{5} \in (2, 3)$, 可得 $2 + \frac{x}{5} = x$, 所以 $x = \frac{5}{2}$, 从这 5 个数中任取 2 个, 结果有: $(1, 2), (1, \frac{5}{2}), (1, 3), (1, 4), (2, \frac{5}{2}), (2, 3), (2, 4), (\frac{5}{2}, 3), (\frac{5}{2}, 4), (3, 4)$ 共 10 种, 这 2 个数字之积大于 5 的结果有: $(2, 3), (2, 4), (\frac{5}{2}, 3), (\frac{5}{2}, 4), (3, 4)$ 共 5 种, 故所求概率为 $P = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$. 故选 B.)

9. ABD(提示: 数据为 -1, 1, 5, 5, 0 的众数为 5, A 正确; 数据的平均数为 2, B 正确; 数据的中位数为 1, C 错

误；数据的方差为 3.6，D 正确. 故选 ABD.)

10. AC(提示：从折线图能看出世界人口的变化情况，故 A 正确；从条形统计图中可得到，2050 年非洲人口将达到 18 亿，故 B 错误；从扇形统计图中能够明显的得到结论，2050 年亚洲人口比其他各洲人口的总和还要多，故 C 正确；由上述三幅统计图并不能得出从 1957 年到 2050 年中哪个洲人口增长速度最慢，故 D 错误. 故选 AC.)

11. BD(提示：A 中，某同学投篮 3 次，命中 2 次，只能说明频率为 $\frac{2}{3}$ ，而不能说明概率为 $\frac{2}{3}$ ，故 A 选项错误；B 中，当试验次数很多时，硬币正面向上的频率在 0.5 附近摆动，可能大于 0.5，也可能小于 0.5，故 B 选项正确；C 中，只能说明大约有 1 806 粒种子发芽，并不是一定有 1 806 粒种子发芽，故 C 选项错误；D 中，点数大于 2 的概率为 $\frac{2}{3}$ ，故抛掷 6 000 次点数大于 2 的次数大约为 4 000 次，故 D 选项正确. 故选 BD.)

12. BCD(提示：由题意，从甲罐、乙罐中分别随机抽取 1 个小球，共包含 $C_4^1 C_5^1 = 20$ 个基本事件；事件 A“抽取的两个小球标号之和大于 5”包含的基本事件有：(1, 5), (1, 6), (2, 5), (2, 6), (3, 3), (3, 5), (3, 6), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 6)，共 11 个基本事件；事件 B“抽取的两个小球标号之积大于 8”包含的基本事件有：(2, 5), (2, 6), (3, 3), (3, 5), (3, 6), (4, 3), (4, 5), (4, 6)，共 8 个基本事件，即事件 B 是事件 A 的子事件，故 A 错误；且事件 A 与事件 B 不是对立事件，故 B 正确；事件 $A \cup B$ 包含的基本事件为 (1, 5), (1, 6), (2, 5), (2, 6), (3, 3), (3, 5), (3, 6), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 6) 共 11 个，所以事件 $A \cup B$ 发生的概率为 $\frac{11}{20}$ ，故 C 正确；事件 $A \cap B$ 包含的基本事件为 (2, 5), (2, 6), (3, 3), (3, 5), (3, 6), (4, 3), (4, 5), (4, 6) 共 8 个基本事件，所以事件 $A \cap B$ 发生的概率为 $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ ，故 D 正确. 故选 BCD.)

13. $\emptyset, \{HT\}, \{TH\}, \{HT, TH\}$ (提示：与事件“一个正面(朝上)一个反面(朝上)”对应的样本空间为 $\{HT, TH\}$ ，此空间的子集为 $\emptyset, \{HT\}, \{TH\}, \{HT, TH\}$. 故答案为 $\emptyset, \{HT\}, \{TH\}, \{HT, TH\}$.)

14. $\frac{1}{12}$ (提示：先后抛掷两枚骰子的点数所有结果共 $6 \times 6 = 36$ 种，满足条件 $\log_{2X} Y = 1$ ，即 $Y = 2X$ 的有 $\begin{cases} X=1, \\ Y=2, \end{cases} \begin{cases} X=2, \\ Y=4, \end{cases} \begin{cases} X=3, \\ Y=6, \end{cases}$ 共 3 种. 所以 $\log_{2X} Y = 1$ 的概率为 $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$. 故答案为 $\frac{1}{12}$.)

15. $\frac{6}{7}$ (提示：依题意，这位考生至少得 1 个 A 的对立事件为物理、政治科目考试都没有得 A，其概率为 $(1 - \frac{4}{7}) \times (1 - \frac{2}{3}) = \frac{1}{7}$ ，所以这位考生至少得 1 个 A 的概率为 $1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$. 故答案为 $\frac{6}{7}$.)

16. 12(提示：由题意，原式数据的平均数和方程分别为：

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_8}{8} = 4, \quad s_1 = \frac{(x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 + \cdots + (x_8 - 4)^2}{8} = 3,$$

则新数据的平均数

$$\bar{x}' = \frac{kx_1 + 2 + kx_2 + 2 + \cdots + kx_8 + 2}{8} = \bar{x}' + 2 = 4k + 2 = 10 \Rightarrow k = 2,$$

于是新数据的方差

$$s_2 = \frac{[(kx_1 + 2) - (4k + 2)]^2 + [(kx_2 + 2) - (4k + 2)]^2 + \cdots + [(kx_8 + 2) - (4k + 2)]^2}{8} \\ = \frac{k^2 [(x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 + \cdots + (x_8 - 4)^2]}{8} = 4 \times 3 = 12.$$

故答案为 12.)

17. 【解答】(1) 设图中从左到右前 3 个组的频率分别为 $3x$, $8x$, $19x$. 依题意, 得 $3x+8x+19x+0.016 \times 20+0.004 \times 20=1$, 所以 $x=0.02$. 所以第一组数据的频率为 $3x=0.06$, 设调查中随机抽取了 n 名学生的课外活动时间, 则 $8 \times 0.02 = \frac{8}{n}$, 得 $n=50$, 所以调查中随机抽取了 50 名学生的课外活动时间.

(2) 由题意, 这组数据的平均数 $= 20 \times 0.06 + 40 \times 0.16 + 60 \times 0.38 + 80 \times 0.32 + 100 \times 0.08 = 64$ (分钟).

18. 【解答】(1) 设甲命中目标为事件 A , 乙命中目标为事件 B , 丙命中目标为事件 C , 三人同时对同一目标射击, 目标被击中为事件 D ; 可知, 三人同时对同一目标射击, 目标不被击中为事件 D_1 有 $P(D) = 1 - P(D_1)$; 又由已知 $P(D) = [1 - P(A)][1 - P(B)][1 - P(C)] = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$; $P(D) = 1 - P(D_1) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$; 所以三人同时对同一目标进行射击, 目标被击中的概率为 $\frac{3}{4}$.

(2) 设“四次射击中恰有两次击中目标”为事件 E , 则 $E = AAB_1B_1 + A_1A_1BB + AA_1BB_1 + A_1ABB_1 + A_1AB_1B + A_1AB_1B$, $P(E) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 4 \times \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{13}{36}$, 所以四次射击中恰有两次击中目标的概率为 $\frac{13}{36}$.

19. 【解答】(1) 50 名学生中, 不参加班级工作且学习积极性不高的学生有 19 人, 事件 A : 抽到不参加班级工作且学习积极性不高的学生的概率为 $P(A) = \frac{19}{50} = 0.38$.

(2) 不参加班级工作且学习积极性高的 7 名学生中有两名男生, 设为 A, B , 另外五名女生设为 a, b, c, d, e , 现从中抽取两名学生参加某项活动, 用字母代表不同的学生列举出抽取的所有可能结果有 21 种, 分别为: $AB, Aa, Ab, Ac, Ad, Ae, Ba, Bb, Bc, Bd, Be, ab, ac, ad, ae, bc, bd, be, cd, ce, de$.

(3) 事件 B : 两名学生中恰有 1 名男生, 则事件 B 包含的基本事件有 10 种, 分别为: $Aa, Ab, Ac, Ad, Ae, Ba, Bb, Bc, Bd, Be$, 事件 B : 两名学生中恰有 1 名男生的概率为 $P(B) = \frac{10}{21}$.

20. 【解答】(1) 由 $10+30+40+a=100$, 可得 $a=20$, “礼品果”所占的比例是 $\frac{20}{100} = 0.2$.

(2) 方案二的平均售价为 $\bar{x} = 16 \times \frac{10}{100} + 18 \times \frac{30}{100} + 22 \times \frac{40}{100} + 24 \times \frac{20}{100} = 20.6$ (元), 由于 $20.6 > 20$, 从超市老板的销售利润考虑, 采用方案二较好.

(3) “优质果”与“礼品果”的比例为 3:2, 用分层抽样的方法选 5 个石榴, 须选“优质果”3 个, “礼品果”2 个. 记“优质果”3 个为 A, B, C , “礼品果”2 个为 a, b , 则从 5 个石榴中选 4 个的基本情况有 5 种: $(A, B, a, b), (A, C, a, b), (B, C, a, b), (A, B, C, a), (A, B, C, b)$; 有 2 个优质果和 2 个礼品果的基本情况有 3 种: $(A, B, a, b), (A, C, a, b), (B, C, a, b)$; 所以恰好有 2 个优质果和 2 个礼品果的概率是 $P = \frac{3}{5}$.

作业十六

1. A (提示: 由相等向量的定义知 A 正确; 平行且模相等的两个向量也可能是相反向量, B 错; 方向不相同且长度相等的两个是不相等向量, C 错; 相等向量只要求长度相等、方向相同, 而表示两个向量的有向线段的起点不要求相同, D 错. 故选 A.)

2. D (提示: 设圆锥底面半径是 r , 母线长 l , $\therefore \pi r^2 + \pi rl = \pi$, 即 $r^2 + rl = 1$. ①)

根据圆心角公式得: $\frac{2}{3}\pi = \frac{2\pi r}{l}$, 即 $l = 3r$. ②)

由①②解得: $r = \frac{1}{2}$, $l = \frac{3}{2}$, \therefore 高 $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{2}$. 故选 D.)

3. C(提示: 对于①: 因为 $\overrightarrow{BF} - \overrightarrow{HF} + \overrightarrow{HD} = \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FH} + \overrightarrow{HD} = \overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HD} = \overrightarrow{BD}$, 故①错误; 对于②: 因为 $\angle AOC = \frac{360^\circ}{8} \times 2 = 90^\circ$,

则以 OA, OC 为邻边的平行四边形为正方形, 又因为 OB 平分 $\angle AOC$, 所以 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \sqrt{2}\overrightarrow{OB} = -\sqrt{2}\overrightarrow{OF}$, 故②正确; 对于③: 因为 $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{FC} - \overrightarrow{GE} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{FC} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{FC}$, 且 $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{GB}$, 所以 $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{FC} - \overrightarrow{GE} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{AB}$, 故③正确. 故选 C.)

4. C(提示: 因为 $b^2 + 2c^2 = a^2$, 所以 $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{-c^2}{2bc} < 0$, 所以 $A > 90^\circ$, 所以 $\triangle ABC$ 的形状为钝角三角形. 故选

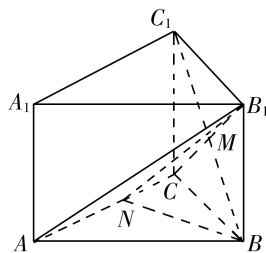
C.)

5. D(提示: 由于不知道总体的情况(包括总体个数), 因此不属于简单随机抽样.)

6. C(提示: 由随机产生的随机数可知恰好抽取三次就停止的有 021, 001, 130, 031, 共 4 组随机数, 恰好抽取三次就停止的概率约为 $\frac{4}{18} = \frac{2}{9}$. 故选 C.)

7. D(提示: 因为 $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CA} = (2 + \sqrt{2}\cos\alpha, 2 + \sqrt{2}\sin\alpha)$, 所以 $|\overrightarrow{OA}| = \sqrt{(2 + \sqrt{2}\cos\alpha)^2 + (2 + \sqrt{2}\sin\alpha)^2} = \sqrt{10 + 8\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)}$, 因为 $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) \in [-1, 1]$, 所以 $\left[10 + 8\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)\right] \in [2, 18]$, 所以 $|\overrightarrow{OA}| \in [\sqrt{2}, 3\sqrt{2}]$. 故选 D.)

8. A(提示: 如图, 连接 B_1C 交 BC_1 于点 M , 取 AC 的中点 N , 连接 MN, NB , 因为点 M, N 分别是 B_1C, AC 的中点, 所以 $MN \parallel AB_1$, 即异面直线 AB_1 与 BC_1 所成角是 $\angle NMC$ 或是其补角, 设 $BB_1 = a$, 则底面边长 $\sqrt{2}a$, $AB_1 = \sqrt{AB^2 + BB_1^2} = \sqrt{3}a$, 同理 $BC_1 = \sqrt{3}a$, $BN = \frac{\sqrt{6}}{2}$



a , $\triangle BMN$ 中, $BM = \frac{1}{2}BC_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}a$, $MN = \frac{1}{2}AB_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}a$, 所以 $BM^2 + MN^2 = BN^2$, 所以 $BM \perp MN$, 即异面直线 AB_1 与 BC_1 所成角是 90° . 故选 A.)

9. AD(提示: A 选项, 设 $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbf{R}$), 则其共轭复数为 $\bar{z} = a - bi$ ($a, b \in \mathbf{R}$), 则 $z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2 = 0$, 所以 $a = b = 0$, 即 $z = 0$, 故 A 正确; B 选项, 若 $z_1 = 1, z_2 = i$, 满足 $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$, 但 $z_1 z_2 = i$ 不为 0, 故 B 错误; C 选项, 若复数 $z = a + ai$ ($a \in \mathbf{R}$) 表示纯虚数, 需要实部为 0, 即 $a = 0$, 但此时复数 $z = 0$ 表示实数, 故 C 错误; D 选项, 设 $z = a + bi$ (a, b

$\in \mathbf{R}$), 则 $z^2 = (a + bi)^2 = a^2 + 2abi - b^2 = 3 + 4i$, 所以 $\begin{cases} a^2 - b^2 = 3 \\ 2ab = 4 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a = 2, \\ b = 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a = -2, \\ b = -1 \end{cases}$, 则 $z = 2 + i$ 或 $z = -2 - i$, 所以其对应的点

分别为 $(2, 1)$ 或 $(-2, -1)$, 所以对应的点在第一象限或第三象限, 故 D 正确. 故选 AD.)

10. BD(提示: A 选项, 如果 $B \subseteq A$, 那么 $P(A \cup B) = 0.5, P(AB) = 0.2$, 故 A 选项错误; B 选项, 如果 A 与 B 互斥, 那么 $P(A \cup B) = 0.7, P(AB) = 0$, 故 B 选项正确; C 选项, 如果 A 与 B 相互独立, 那么 $P(A \cup B) = 0.7, P(AB) = 0.1$, 故 C 选项错误; D 选项, 如果 A 与 B 相互独立, 那么 $P(\overline{AB}) = P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) = 0.4, P(\overline{AB}) = P(A) \cdot P(\overline{B}) = 0.4$, 故 D 选项正确. 故选 BD.)

11. AC(提示: 对于 A, 若 $l \parallel \alpha, m \parallel l, m \perp \beta$, 由空间线面的性质定理可知 $\alpha \perp \beta$, 故正确; 对于 B, 若 $m \perp \alpha, m \perp n$, 因为 n 有可能在平面 α 内, 故错误; 对于 C, 若 m, n 为异面直线, $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha, m \parallel \beta, n \parallel \beta$, 根据面面平行的判定定理可得 $\alpha \parallel \beta$, 故正确; 对于 D, 若 $\alpha \perp \beta, \alpha \perp \gamma$, 则可能 $\gamma \parallel \beta$, 故错误. 故选 AC.)

12. BCD(提示: $(a - b) \cdot (2b - c) = 2a \cdot b - a \cdot c - 2b^2 + b \cdot c = 1 - \cos\langle a, c \rangle - 2 + \cos\langle b, c \rangle = \cos\langle b, c \rangle - \cos\langle a, c \rangle - 1$. $\therefore \cos\langle b, c \rangle \in [-1, 1], \cos\langle a, c \rangle \in [-1, 1]$, 则 $(a - b) \cdot (2b - c) \in [-3, 1]$. $\therefore -2 \in [-3, 1], 3 - \sqrt{3} \notin [-3, 1], 0 \in [-3, 1], -\sqrt{2} \in [-3, 1]$, 所以 $(a - b) \cdot (2b - c)$ 的值可能为 $-2, 0, -\sqrt{2}$. 故选 BCD.)

13. $3.437\ 5$ (提示: $\bar{\omega} = \frac{45}{45+35} \times 3 + \frac{35}{45+35} \times 4 = 3.437\ 5$.)

14. $\Omega = \{(0, 1), (1, 0), (0, 2), (2, 0), (1, 2), (2, 1)\}$

15. ①③④ (提示: 对于①(如图1), 连接 AC, BD , 取 AE 的中点 H , 连接 GH, CH , 在正方体 $AFGE-MNDP$ 中, 四边形 $AFGE$ 为正方形, 则 $AE \parallel FG$ 且 $AE = FG$, $\therefore H, B$ 分别为 AE, FG 的中点, 则 $AH \parallel BG$ 且 $AH = BG$, 所以四边形 $ABGH$ 为平行四边形, 可得 $AB \parallel GH$, 同理可证四边形 $CDGH$ 为平行四边形, 所以 $CD \parallel GH$, 则 $AB \parallel CD$, 此时, A, B, C, D 四点共面; 对于②(如图2), $A \notin$ 平面 BCD , 此时, A, B, C, D 四点不共面; 对于③(如图3), 连接 AC, BD, MN , 在正方体 $BMHE-FPND$ 中, $BM \parallel DN$ 且 $BM = DN$, 则四边形 $BDNM$ 为平行四边形, 可得 $MN \parallel BD$, $\therefore A, C$ 分别为 PM, PN 的中点, 则 $AC \parallel MN$, $\therefore AC \parallel BD$, 此时, A, B, C, D 四点共面; 对于④(如图4), 连接 AC, BD, ME, PQ , 在正方体 $GMHE-FPNQ$ 中, $PM \parallel EQ$ 且 $PM = EQ$, 则四边形 $PQEM$ 为平行四边形, 所以 $PQ \parallel ME$, $\therefore A, C$ 分别为 PN, NQ 的中点, 则 $AC \parallel PQ$, 同理可证 $BD \parallel ME$, $\therefore AC \parallel BD$, 此时, A, B, C, D 四点共面; 对于⑤, 由题图可知, $B \notin$ 平面 ACD , 此时, A, B, C, D 四点不共面. 故答案为①③④.)

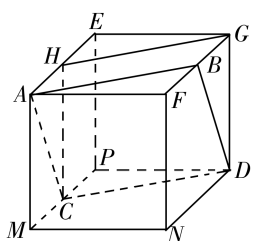


图 1

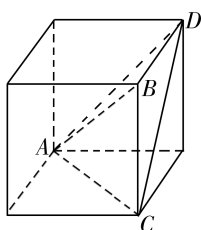


图 2

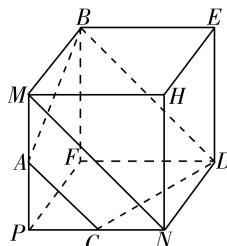


图 3

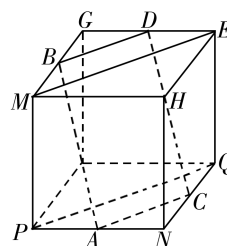


图 4

16. $\frac{1}{18}; \frac{1}{6}$ (提示: 由题意知, $m \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 故 (m, n) 所有可能的取法共 36 种. 当 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ 时, 得 $m-3n=0$, 即 $m=3n$, 满足条件共有 2 种: $(3, 1), (6, 2)$, 所以事件 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ 的概率为 $P = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$. 当 $|\mathbf{a}| \leq |\mathbf{b}|$ 时, 可得 $m^2+n^2 \leq 10$, 共有 $(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1)$ 6 种情况, 其概率为 $P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.)

17. 【解答】(1) $\because (1+2i)z = 4+3i, \therefore z = \frac{4+3i}{1+2i} = \frac{(4+3i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{10-5i}{5} = 2-i, \therefore z = 2+i$.

(2) 由(1)知 $z = 2+i$, 则 $(z+ai)^2 = (2+i+ai)^2 = [2+(a+1)i]^2 = 4 - (a+1)^2 + 4(a+1)i, \therefore$ 复数 $(z+ai)^2$ 在复平面内对应的点在第一象限, $\therefore \begin{cases} 4 - (a+1)^2 > 0, \\ 4(a+1) > 0, \end{cases}$ 解得 $-1 < a < 1$, 即实数 a 的取值范围为 $(-1, 1)$.

18. 【解答】(1) 若 M 为 PD 的中点, 由 BD 为圆锥底面的直径, 有 O 为 BD 的中点. 则在 $\triangle PBD$ 中有 $MO \parallel PB$, 又 $MO \subset$ 平面 $MAC, PB \not\subset$ 平面 MAC , 则有 $PB \parallel$ 平面 MAC .

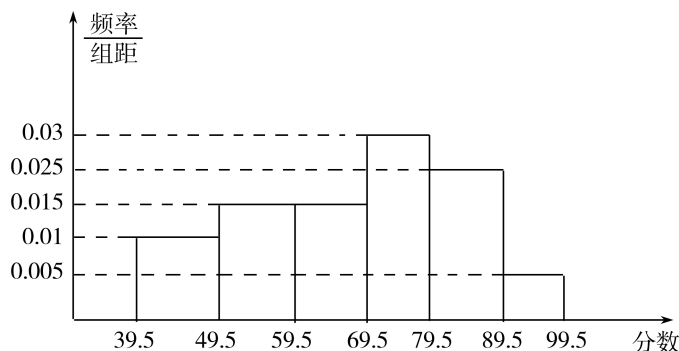
(2) 若 $PB \parallel$ 平面 MAC , 由 $PB \subset$ 平面 PBD , 平面 $PBD \cap$ 平面 $MAC = MO$, 有 $PB \parallel MO$, 所以在 $\triangle PBD$ 中, $\frac{DO}{OB} = \frac{DM}{MP}$, 又 O 为 BD 的中点, 所以 $DM = MP$, 则有 M 为 PD 的中点.

19. 【解答】(1) 根据正弦定理得 $2\sin C \cos B = 2\sin[\pi - (B+C)] + \sin B$, 整理得 $2\sin B \cos C + \sin B = 0$. 因为 $\sin B \neq 0$, 所以 $\cos C = -\frac{1}{2}$, 又 $C \in (0, \pi)$, 可得 $C = \frac{2\pi}{3}$.

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理得: $9 = 3 + b^2 - 2 \times \sqrt{3} \times b \times \cos C$, 将(1)中所求代入整理得: $b^2 + \sqrt{3}b - 6 = 0$, 解得 $b = \sqrt{3}$ 或

$b = -2\sqrt{3}$ (舍), 即 $AC = \sqrt{3}$. 在 $\triangle ABC$ 中, 可知 $a = b$, 有 $A = 30^\circ$, 因为 $CD \perp AC$, 所以 $CD = AC \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} AC = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{3} = 1$.

20. 【解答】(1) $a = 6, b = 9, x = 0.15, y = 0.25$



(2) 用组中值估计平均分: $44.5 \times 0.1 + 54.5 \times 0.15 + 64.5 \times 0.15 + 74.5 \times 0.3 + 84.5 \times 0.25 + 94.5 \times 0.05 = 70.5$

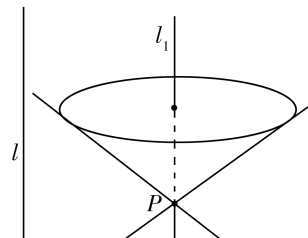
(3) 本次竞赛及格率为: $0.015 \times 10 + 0.025 \times 10 + 0.03 \times 10 + 0.005 \times 10 = 0.75$, 用样本估计总体, 每个人被抽到的概率相同, 所以从所有参加环保知识竞赛的学生中随机抽取一人采访, 抽到的学生成绩及格的概率为 0.75.

作业十七

1. A (提示: 由正方体性质得 $A_1C_1 \perp$ 平面 BB_1D_1D , 所以四棱锥 $A_1-BB_1D_1D$ 的体积为 $\frac{1}{3} \times \frac{A_1C_1}{2} \times S_{BB_1D_1D} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 1 \times \sqrt{2} = \frac{1}{3}$. 故选 A.)

2. A (提示: 过点 P 作直线 $l_1 \parallel l$, 如图所示, 与直线 l_1 成 60° 角的圆锥面上的母线均与 l 成 60° 角, 所以符合题意的直线有无数条. 故选 A.)

3. A (提示: $z = \frac{1+ai}{2i} = \frac{(1+ai)i}{2i^2} = \frac{a}{2} - \frac{1}{2}i$, \therefore 复数 $z = \frac{1+ai}{2i}$ 为“等部复数”, $\therefore \frac{a}{2} = -\frac{1}{2}$, $\therefore a = -1$. 故选 A.)

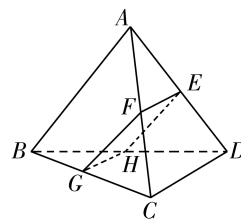


4. C (提示: \therefore 四面体 $A-BCD$ 中, M, G 为 BC, CD 的中点, $\therefore \frac{1}{2}\vec{BC} = \vec{BM}, \frac{1}{2}\vec{BD} = \vec{MG}, \therefore \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{BC} + \frac{1}{2}\vec{BD} = \vec{AB} + \vec{BM} + \vec{MG} = \vec{AM} + \vec{MG} = \vec{AG}$. 故选 C.)

5. D (提示: 在 $\triangle ABC$ 中, 因为 $\frac{\cos A}{\cos B} = \frac{b}{a}$, 由正弦定理得 $\frac{\cos A}{\cos B} = \frac{\sin B}{\sin A}$, 所以 $\sin A \cos A = \sin B \cos B$, 即 $\sin 2A = \sin 2B$, 所以 $2A = 2B$ 或 $2A = \pi - 2B$, 解得 $A = B$ 或 $A + B = \frac{\pi}{2}$. 故 $\triangle ABC$ 是直角三角形或等腰三角形. 故选 D.)

6. B (提示: 由题意可知 $\angle ACB = 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ = 80^\circ$. $\therefore AC = BC, \therefore \angle CAB = \angle CBA = 50^\circ$, 从而可知灯塔 A 在灯塔 B 的北偏西 10° . 故选 B.)

7. C (提示: 如图, 设平面 α 截三棱锥所得的四边形 $EFGH$ 是平行四边形, 则 $EF \parallel GH$, $EF \not\subset$ 平面 $BCD, GH \subset$ 平面 BCD , 所以 $EF \parallel$ 平面 BCD , 又 $EF \subset$ 平面 ACD , 平面 $ACD \cap$ 平面 $BCD = CD$, 则 $EF \parallel CD$, 而 $EF \subset$ 平面 $EFGH, CD \not\subset$ 平面 $EFGH$, 则 $CD \parallel$ 平面 $EFGH$, 同理 $AB \parallel$ 平面 $EFGH$, 所以该三棱锥与平面 α 平行的棱有 2 条. 故选 C.)



8. B (提示: 由六维能力雷达图, 得: 对于 A, 甲的推理能力为 2 比其他都低, 故 A 正确; 对于 B, 甲的创造能力是 4, 观察能力也是 4, 故甲的创造力与观察能力一样, 故 B 错误; 对于 C, 乙的计算能力

是 5, 甲的计算能力是 4, 故乙的计算能力优于甲的计算能力, 故 C 正确; 对于 D, 乙的六大能力总和为 24, 甲的六大能力总和为 25, 故 D 正确. 故选 B.)

9. BD(提示: \vec{AB} 与 \vec{DC} 显然方向不相同, 故不是相等向量, 故 A 错误; $|\vec{AB}|$ 与 $|\vec{DC}|$ 表示等腰梯形两腰的长度, 所以 $|\vec{AB}|=|\vec{DC}|$, 故 B 正确; 向量无法比较大小, 只能比较向量模的大小, 故 C 错误; 等腰梯形的上底 BC 与下底 AD 平行, 所以 $\vec{BC} \parallel \vec{AD}$, 故 D 正确. 故选 BD.)

10. AC(提示: 根据两种抽样的特点知, 不论哪种抽样, 总体中每个个体入样的可能性都相等, 都是 $\frac{n}{N}$, 故 A 正确, B 错误. 由于总体中有差异较明显的三个层(一级品、二级品和三级品), 故 C 抽到的样本更有代表性, 故 C 正确, D 错误. 故选 AC.)

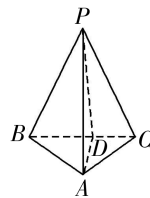
11. ABD(提示: 由已知 $P(A)=\frac{2}{4} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, $P(B)=P(C)=\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, 由已知有 $P(AB)=P(A)P(B)=\frac{1}{4}$, $P(AC)=\frac{1}{4}$, $P(BC)=\frac{1}{4}$, 所以 $P(A)=P(B)=P(C)$, 则 A 正确; $P(BC)=P(AC)=P(AB)$, 则 B 正确; 事件 A, B, C 不相互独立, 故 $P(ABC)=\frac{1}{8}$ 错误, 即 C 错误; $P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)=\frac{1}{8}$, 则 D 正确. 故选 ABD.)

12. AC(提示: 由 $\cos 2\angle ABC = -\frac{7}{25}$, 得: $2\cos^2 \angle ABC - 1 = -\frac{7}{25}$, 又 $\angle ABC$ 为钝角, 解得: $\cos \angle ABC = -\frac{3}{5}$, 由余弦定理 $c^2 = a^2 + b^2 - 2accos \angle ABC$, 得: $\frac{64}{5} = a^2 + 4 - 4a \left(-\frac{3}{5}\right)$, 解得 $a = 2$, 可知 $\triangle ABC$ 为等腰三角形, 即 $A = C$, 所以 $\cos \angle ABC = -\cos 2A = -(1 - 2\sin^2 A) = -\frac{3}{5}$, 解得 $\sin A = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 故 A 正确. 可得 $\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, 在 Rt $\triangle ABD$ 中, $\frac{c}{AD} = \cos A$, 得 $AD = \sqrt{5}$, 可得 $BD = \sqrt{AD^2 - AB^2} = \sqrt{5 - 4} = 1$, 故 B 错误. $CD = b - AD = \frac{8\sqrt{5}}{5} - \sqrt{5} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$, 可得 $\frac{|\vec{CD}|}{|\vec{DA}|} = \frac{3\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{5}{\sqrt{5}} = 3$, 可得 $5\vec{CD} = 3\vec{DA}$, 故 C 正确. $\triangle BCD$ 的面积为 $S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} a \times CD \sin C = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{3\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{3}{5}$, 故 D 错误. 故选 AC.)

13. 3.5(提示: 因为数据-3, 2a, 4, 5-a, 1, 9的平均数为 3, 所以 $-3 + 2a + 4 + 5 - a + 1 + 9 = 3 \times 6$, 解得 $a = 2$, 所以这组数据分别是-3, 4, 4, 3, 1, 9, 按从小到大排列分别为-3, 1, 3, 4, 4, 9, 故中位数为 $\frac{3+4}{2} = 3.5$. 故答案为 3.5.)

14. -3, -10(提示: $\because \vec{OC} = 2\vec{OA} + \vec{OB} \therefore 1 - 4i = 2(2 + 3i) + (a + bi)$, 即 $\begin{cases} 1 = 4 + a, \\ -4 = 6 + b, \end{cases} \therefore \begin{cases} a = -3, \\ b = -10. \end{cases}$)

15. 60° (提示: $PA = PB = PC$, 则 P 点在底面 ABC 的射影落在 Rt $\triangle ABC$ 的斜边 BC 上, 即为 BC 的中点. 设 BC 的中点为 D, 如图, 连接 PD, AD, 所以 PA 与底面 ABC 所成的角为 $\angle PAD$, 在等边三角形 PBC 中, 设 $PB = 1$, 则 $PD = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 在直角三角形 ABC 中, $AD = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}$, 则有 $AD^2 + PD^2 = PA^2$, 所以三角形 PAD 为直角三角形, 又 $\tan \angle PAD = \frac{PD}{AD} = \sqrt{3}$, 所以 $\angle PAD = 60^\circ$, 即 PA 与底面 ABC 所成的角为 60° .)



16. $\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}$ (提示: (1) $\because |\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = 1$, $\cos \theta = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}||\mathbf{b}|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\because \theta \in [0, \pi]$, $\therefore \theta = \frac{\pi}{4}$.

(2) $|\mathbf{a} - x\mathbf{b}| = \sqrt{(\mathbf{a} - x\mathbf{b})^2} = \sqrt{\mathbf{a}^2 + x^2\mathbf{b}^2 - 2x\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}} = \sqrt{1 + x^2 - \sqrt{2}x} = \sqrt{\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}}$, 当 $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时, $\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$ 取得最

小值 $\frac{1}{2}$, $|a-xb|$ ($x \in \mathbf{R}$) 的最小值是 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.)

17. 【解答】(1) 因为 $\mathbf{p} \cdot \mathbf{q} = \cos^2 B - \sin^2 A + \sin A \sin B$, 所以 $\cos^2 B - \sin^2 A + \sin A \sin B = \cos^2 C$, 即 $1 - \sin^2 B - \sin^2 A + \sin A \sin B = 1 - \sin^2 C$, 即 $\sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C = \sin A \sin B$, 根据正弦定理得 $a^2 + b^2 - c^2 = ab$, 所以 $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{ab}{2ab} = \frac{1}{2}$, 所以 $C = \frac{\pi}{3}$.

(2) 由余弦定理 $3 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \frac{\pi}{3} = (a+b)^2 - 3ab$, 又 $a+b = 2\sqrt{3}$, 所以 $ab = 3$, 根据 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ch$, 即 $\frac{1}{2} \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} h$, 解得 $h = \frac{3}{2}$, 所以 $\triangle ABC$ 中 AB 边上的高 $h = \frac{3}{2}$.

18. 【解答】(1) 因为 $\angle ACB = 90^\circ$, 所以 $AC \perp BC$, 又因为 $PA \perp$ 底面 ABC , $BC \subset$ 平面 ABC , 所以 $PA \perp BC$, 因为 $PA \cap AC = A$, 所以 $BC \perp$ 平面 PAC , 又 $PC \subset$ 平面 PAC , 故 $BC \perp PC$.

(2) 因为点 M 是 PB 的中点, 所以 $S_{\triangle PAM} = \frac{1}{2} S_{\triangle PAB}$, 又因为 $\overrightarrow{PN} = 2\overrightarrow{NC}$, 所以 $\frac{PN}{PC} = \frac{2}{3}$, 设点 N 到平面 PAB 的距离为 h_1 , 点 C 到平面 PAB 的距离为 h_2 , 则 $\frac{h_1}{h_2} = \frac{2}{3}$, 因为 $V_{N-PAM} = \frac{1}{3} \times S_{\triangle PAM} \times h_1$, $V_{C-PAB} = \frac{1}{3} \times S_{\triangle PAB} \times h_2$, 所以 $\frac{V_{N-PAM}}{V_{C-PAB}} = \frac{1}{3}$, 故 $\frac{V_{N-PAM}}{V_{A-BCNM}} = \frac{1}{2}$, 则 $\triangle AMN$ 将三棱锥 $P-ABC$ 分成上下两部分的体积比为 $\frac{1}{2}$.

19. 【解答】(1) 因为向量 $\mathbf{a} = (1, 2)$, $\mathbf{b} = (-2, 1)$, k, t 为正实数, 所以 $\mathbf{x} = \mathbf{a} + (t^2 + 1)\mathbf{b} = (-2t^2 - 1, t^2 + 3)$, $\mathbf{y} = -\frac{1}{k}\mathbf{a} + \frac{1}{t}\mathbf{b} = \left(-\frac{1}{k} - \frac{2}{t}, -\frac{2}{k} + \frac{1}{t}\right)$. 因为 $\mathbf{x} \perp \mathbf{y}$, 所以 $(-2t^2 - 1)\left(-\frac{1}{k} - \frac{2}{t}\right) + (t^2 + 3)\left(-\frac{2}{k} + \frac{1}{t}\right) = 0$, $k = \frac{t}{t^2 + 1} = \frac{1}{t + \frac{1}{t}}$
 $\frac{1}{2\sqrt{t \cdot \frac{1}{t}}} = \frac{1}{2}$, 当且仅当 $t = \frac{1}{t}$ 时, 即 $t = 1$ 取等号, 所以 k 的最大值为 $\frac{1}{2}$.

(2) 因为 $\mathbf{x} \parallel \mathbf{y}$, 所以 $(-2t^2 - 1)\left(-\frac{2}{k} + \frac{1}{t}\right) = (t^2 + 3)\left(-\frac{1}{k} - \frac{2}{t}\right)$, 化简得: $\frac{t^2 + 1}{k} + \frac{1}{t} = 0$, 即 $t^2 + t + k = 0$, 因为 k, t 为正实数, 所以不存在 k, t , 使得 $\mathbf{x} \parallel \mathbf{y}$.

20. 【解答】(1) 在图表中, 甲品牌的 50 个样本中, 首次出现故障发生在保修期内的概率为: $\frac{2+1+2}{50} = \frac{1}{10}$. 设从该商城销售的甲品牌固态硬盘中随机抽取一个, 其首次出现故障发生在保修期内为事件 A , 利用频率估计概率, 得 $P(A) = \frac{1}{10}$. 即从该商城销售的甲品牌固态硬盘中随机抽取一个, 其首次出现故障发生在保修期内的概率为 $\frac{1}{10}$.

(2) 设从该商城销售的甲品牌固态硬盘中随机抽取一个, 其首次出现故障发生在保修期的第 3 年为事件 B . 从该商城销售的乙品牌固态硬盘中随机抽取一个, 其首次出现故障发生在保修期的第 3 年为事件 C . 利用频率估计概率, 得: $P(B) = \frac{2}{50} = \frac{1}{25}$, $P(C) = \frac{3}{50}$, 则 $P(\overline{BC} + \overline{BC}) = P(B)P(\overline{C}) + P(\overline{B})P(C) = P(B)[1 - P(C)] + [1 - P(B)]P(C) = \frac{1}{25} \times \left(1 - \frac{3}{50}\right) + \left(1 - \frac{1}{25}\right) \times \frac{3}{50} = \frac{119}{1250}$. 所以某人在该商城同时购买了甲、乙两种品牌的固态硬盘各一个, 恰有一个首次出现故障发生在保修期的第 3 年的概率为 $\frac{119}{1250}$.

英语

作业一

一、语法填空

1. exciting 2. to prepare 3. to offer 4. kinds 5. interested 6. that/which 7. because
8. chose 9. that 10. meeting

二、完形填空

1-5 ACDBC 6-10 BDADA 11-15 DACBB

三、阅读理解

1-4 BCBA

四、简答题

1. Your body.
2. When you get angry, you can talk about it with other people.
3. Those bad feelings can start to go away.

五、写作

参考范文

Dear Lisa,

Learning that you will come to China, I'm more than happy. As for how to improve your Chinese in a short time, I'd like to give you some advice.

To begin with, make more Chinese friends in your daily life and you can practice your spoken Chinese with them. What's more, listening to Chinese songs and watching Chinese movies are also good ways, which can help you broaden your horizons and gain some Chinese knowledge. Last but not least, keeping a diary in Chinese can also improve your Chinese level.

I hope you'll make great progress in Chinese.

Yours,

Li Hua

作业二

一、语法填空

1. an 2. bringing 3. tendency 4. has issued 5. their 6. eventually 7. of 8. permitted
9. to promote 10. which/that

二、完形填空

1-5 BDBAC 6-10 DCBAD 11-15 CDABB

三、阅读理解

1-4 ABAC

四、七选五

1-5 EACFG

五、简答题

1. It usually talks of everyday life and feelings.
2. It developed in the Southern United States.
3. Because the life of the countryside can be hard.

作业三

一、语法填空

1. calling 2. joked 3. a 4. who/that 5. to win 6. terribly 7. means 8. to
9. asked 10. her

二、完形填空

1-5 BABCA 6-10 DAADC 11-15 BDCCB

三、阅读理解

1-4 ACDD

四、简答题

1. Because the vegetables drank a lot of water.
2. It didn't share its shadow with the vegetables on a sunny day.
3. He decided to build a new garden.

五、写作

参考范文

Nowadays, more and more people are concerned about their health. So it is of great importance for us to know how to keep healthy.

First of all, it's necessary to keep a balanced diet. We should eat less meat and eat more vegetables and fruit which contain lots of vitamins. Moreover, keeping a good state of mind is also good for our health. We should always have an active attitude towards life. Last but not least, make sure we take proper exercise every day. Running or walking simple as it is, has a positive effect on our health.

In a word, there is a lot we can do to keep healthy. Let's take action to be healthier.

作业四

一、语法填空

1. friendly 2. which/that 3. tourists 4. especially 5. as 6. is considered 7. where
8. to point 9. either 10. lower

二、完形填空

1-5 CADAB 6-10 BACDB 11-15 DADBC

三、七选五

1-5 DACBG

四、简答题

1. On November 26th 2021.

2. No, it isn't.

3. Because elevators may break down anytime.

4. We should keep close to the floor where the air is cleaner and cooler.

五、读后续写

Paragraph 1:

When Christmas break came, Grandma got a chest cold, and I was afraid to leave her. I hadn't been home since Labor Day, and my mother was anxious to see me. I agreed to come home, but for two weeks instead of four, so I could return to see Grandma and Grandpa. I said my goodbyes, arranged for their temporary care and returned home. As I was loading my car to go back to school, the phone rang. "Grandma died last night. I'm sorry." I hung up the phone feeling like my world had ended. I had lost my friend, and that was far worse than knowing I would have to return to washing dishes. I went back at the end of four weeks, asking to begin the work-study program again. The financial aid advisor looked at me as if I had lost my mind. I explained my position, then he smiled and slid me an envelope. "This is for you." he said.

Paragraph 2:

The envelope was from Grandma. She had known how sick she was. In the envelope was enough money to pay for the rest of my college year and a request that I take piano lessons in her memory. Moved to tears, I determined to learn piano lessons by heart and my memory of grandma motivated me to practice day and night. Now, years later, when I walk by a piano, I smile and think of Grandma. She is playing the piano smilingly in my heart, I am sure.

作业五

一、语法填空

1. on 2. is regarded 3. how 4. formally 5. declared 6. the 7. themselves 8. being promoted 9. disasters 10. to show

二、完形填空

1-5 ADABB 6-10 CBDBC 11-15 DACCA

三、阅读理解

1-4 DBCA

四、简答题

- 1.It's an interesting play.
- 2.She is in Grade One.
- 3.She wants her to study all the time.
- 4.He thinks happiness is more important than study.

五、写作

Dear Smith,

Knowing that you are interested in a traditional Chinese festival, which is called the Dragon Boat Festival by Chinese, I am writing to introduce it to you.

The Dragon Boat Festival falls on the 5th day of the 5th lunar month in honor of the great poet, Qu Yuan. As is known to us, in order to warn the king, Qu Yuan sacrificed his life to jump into the Miluo River. People were touched by his behavior and set the day he died as a festival to show honor to him. On that day, we often eat rice dumplings and drink a special wine. Besides, what should be stressed is the dragon-boat racing, which is very interesting and exciting. People gather on the both sides of the river to watch the participators spare no effort to make for the finishing line.

The Dragon Boat Festival is approaching. Would you like to join us to spend it? Looking forward to your coming.

Yours,

Li Hua

作业六

一、完形填空

1-5 ABBDC 6-10 DACAB 11-15 ACBAB

二、七选五

1-5 GEBAD

三、简答题

- 1.Yes, it is.
- 2.In the middle of the 1970s.
- 3.Love, jobs or even games.
- 4.Because they just do what they think and rap it out in a clever or creative way.
- 5.The US/ America.

四、读后续写

Paragraph 1:

A few days later, something terrible happened to Ronny. That afternoon after school, Ronny was bathing with some of his new friends in the river happily. Suddenly, he was stuck in the mud and couldn't get out. He struggled hard but he was still trapped. He screamed for help, but all in vain. The boys who had called Henry a coward got out of the water as fast as they could. They were so scared and did not even try to help him.

Paragraph 2:

At that moment, Henry happened to pass by. He heard the screams and ran to the river as soon as possible. Seeing Ronny was almost drowned, Henry took off his clothes immediately and jumped into the water without any hesitation. He reached Ronny just as he was sinking the last time. With great effort, and with much danger to himself, he brought Ronny to the shore in time. Henry was happy to help his friend, though he was extremely tired.

作业七

一、语法填空

1. to do 2. at 3. that 4. However 5. arranged 6. chose 7. so 8. out 9. perfectly
10. performance

二、完形填空

1-5 BCBDA 6-10 ADCBD 11-15 CAADC

三、七选五

1-5 BDFCG

四、简答题

1. They had all been broken and reduced to fragments by order of the queen./She had them broken and reduced to fragments.

2. Because she was too ugly and afraid of meeting her own images. Moreover, she was jealous of other pretty women or girls.

3. He is honest and courageous.

五、写作

参考范文

Dear Librarian,

I can't wait to read original English books and magazines in our own school library. I also have several suggestions.

Firstly, in addition to classics, the library should bring in some popular books. Magazines

like *National Geographic* are easy to read with a lot of pictures. Students will surely like them.

What's more, some regular activities like book review competition, English drama and story sharing might be helpful to inspire the students to read and share.

Finally, I hope the library can be open at 17:00–17:40 on weekdays.

I will be grateful if you would consider my recommendations. Wish English reading more and more popular in our school.

Yours,
Li Hua

作业八

一、语法填空

1. the 2. was released 3. ensure 4. recalling 5. dating 6. which 7. Before 8. selected 9. accessible 10. recognition

二、完形填空

1–5 BCADC 6–10 ABBCD 11–15 ABBDD

三、阅读理解

1–4 DCAC

四、七选五

1–5 EGABC

作业九

一、语法填空

1. by 2. published 3. particularly 4. describes 5. an 6. being transported 7. whose
8. to free 9. but 10. owner

二、完形填空

1–5 DADCB 6–10 CDBBC 11–15 DCAAC

三、七选五

1–5 CEBGA

四、简答题

1. Once a month at full moon.
2. Death.
3. It was on the top of a hill.
4. He was once caught by humans. /When he was young, men caught him in a trap, and they beat him and left him for dead.

五、写作

参考范文

In order to enhance students' physical quality, our school organized a "Campus Labor Week" activity.

It was held from May 15th to 19th in our school. Some lectures on labor skills were given on the first day, from which we benefited a lot. Cutting trees and watering flowers were attractions to Senior One. Varieties of other labor projects gave us unforgettable experiences.

The activity is highly appreciated by all the participants. Undoubtedly, not only can this event enrich our school life, but also offer us opportunities to learn more daily practical skills!

作业十

一、语法填空

1. an 2. which 3. supporting 4. varieties 5. unbelievable 6. to 7. are 8. has disappeared 9. extinction 10. to do

二、完形填空

1-5 BBAAD 6-10 ACCAB 11-15 DBCAA

三、阅读理解

1-4 BDDA

四、读后续写

参考范文

Paragraph 1:

Suddenly a little rabbit jumped out in front of my horse. Dad and I found it was so cute that we decided to chase it. After a while, we were completely lost in the forest. There was nothing left in our sight but the trees. "We may not be able to make it back to the farm house in time for supper." I thought to myself. After a series of fruitless attempts to find a way out, we felt hungry and tired.

Paragraph 2:

We had no idea where we were and it was getting dark. We got stuck in the forest. And an unexpected shower added to the difficulty of us in finding a way home, for all the tracks we had made disappeared because of the rain. I was almost on the edge of breaking down when my father said, "Don't worry, my son. I remember there is a river near the farm house. Find the river and we will be back home." Finally, we found the river and got back to the house along it. I walk up to my aunt, and hug her tightly with tears rolling down the cheeks. Needless to say, we ate a late dinner.

作业十一

一、语法填空

1. went 2. lasting 3. or 4. to monitor 5. drew 6. meaningful 7. with 8. determination 9. an 10. which

二、完形填空

1-5 BACAC 6-10 DDACB 11-15 DACCD

三、阅读理解

1-4 BADC

四、七选五

1-5 BGEAC

五、写作

参考范文

We Can Help Protect the Environment

With the rapid development of human society, the environmental problem is getting more and more serious. In order to live in harmony with all the creatures on the earth, immediate action needs to be taken right now.

It is our duty to help protect the environment. First of all, we should save energy, like turning off anything that uses electricity when it's not in use. Secondly, we can offer help in planting more trees, which plays an important role in making the air clean and protecting the earth. Last but not least, we may as well develop a greener way of transportation.

If everyone makes contribution to protecting the environment, I'm sure we are on the road of bringing back a harmonious world.

作业十二

一、完形填空

1-5 ACADD 6-10 CBADC 11-15 BCABB

二、阅读理解

1-4 CDAA

三、七选五

1-5 CBGDA

四、读后续写

参考范文

Paragraph 1:

"I can't thank you enough for being here. I have waited for so long. Having spent ages cha-

sing my fortune, which has become an important thing in my life, eventually I realised my dream. However, had it not been for your honesty, I would have lost it forever. You can charge for it. I'm definitely willing to pay for your kindness," said George Sang sincerely. The artist smiled, "It's you who are in possession of it. Though I am nothing but a poor young artist, I want nothing in return."

Paragraph 2:

"I was about to leave this morning to Vienna to attend advanced studies. However, I found your lottery ticket. I had no choice but to stay for its owner," he said. "So you missed your chance for further study?" George said anxiously, "What an honest man! It's unbelievable that you stayed at the expense of your future. But I'm sorry there is nothing I can do about it." Everyone left in disappointment, leaving the artist with the hat. To his great surprise, there lay a lottery ticket with a note attached to it, saying, "Your sacrifice is well worth the money. Go to pursue your dream!"

作业十三

一、语法填空

1. have won 2. which 3. was founded 4. over 5. the
6. as 7. until 8. protection 9. to imagine 10. peaceful

二、完形填空

- 1-5 CCDDB 6-10 BCAAB 11-15 CDABD

三、阅读理解

- 1-4 BACD

四、七选五

- 1-5 GEDFB

作业十四

一、语法填空

1. busily 2. coming 3. to escape 4. complained 5. but 6. a 7. that 8. ends 9. in
10. Hopefully

二、完形填空

- 1-5 ADCAB 6-10 ACABC 11-15 DBBCB

三、阅读理解

- 1-4 DDBC

四、写作

参考范文

Paragraph 1:

I wrapped the scarf around David's neck. David burst out smiling happily. Stroking the scarf softly, David excitedly kissed me in the cheek, beaming at me. "Thank you, Mom. This is the best gift I have ever received." Before I could say anything, he made his way out to join Jane with a spring in his step. I felt relieved and content as a mother, seeing David play happily outside, with the scarf sheltering him to brave the bone-chilling weather. Wearing a smile on my face, I continued my chores that morning.

Paragraph 2:

Later that day David came back saying Jane also deserved a scarf. Obviously, David noticed Jane could hardly bear the freezing cold weather with worn out clothes. "Mom, can I donate this scarf to Jane as a Christmas gift? The flood has caused severe damage to her home, washing away almost all the belongings. Now her family hardly recovered from the disaster and we should make our efforts to come to their rescue." David ventured in a low voice. Smilingly, I nodded, "It's a good idea to help the people suffering from the disaster, my honey." Seeing David rushed into Jane's house with the scarf in his hand, I felt a sort of pride. I was happy that both of them received the best gift for Christmas. For Jane—a scarf to keep warm, and for David—a taste of happiness of helping those in trouble.

作业十五

一、语法填空

1. escaped 2. named 3. reaction 4. quickly 5. that/which 6. in 7. the 8. orderly
9. laughing 10. are practised

二、完形填空

- 1-5 DCCBA 6-10 CDCAB 11-15 DABDA 16-20 CBDAB

三、阅读理解

- 1-4 ADBD

四、简答题

1. They voted online/By voting online.
2. They felt inspired/joyful/pleased.
3. Because of the pandas' eating habits./Because they do not have an environment suitable for bamboo growth./ They can't provide enough fresh bamboo for pandas.
4. Diplomats./Ambassadors.

作业十六

一、语法填空

1. to connect 2. shared 3. a 4. that 5. convenient 6. provided 7. While/Though/
Although 8. being connected 9. of 10. used

二、完形填空

1-5 CABCD 6-10 ADBAD 11-15 CCDBC

三、阅读理解

1-4 CBAB

四、七选五

1-5 DEABF

五、简答题

1. It is difficult to make friends with someone you can't see or feel.
2. Because they are afraid to speak in public.
3. The article gives suggestions about making friends over the Internet.
4. You'd better ask older or other experienced people for advice because they have experienced a lot in life and may tell you how to protect yourself in advance.

作业十七

一、语法填空

1. who/that 2. is welcomed 3. quickly 4. Compared 5. However 6. reliable 7. the
8. It 9. convenience 10. being cheated

二、完形填空

1-5 CACDB 6-10 ADBBC 11-15 DDBCA

三、阅读理解

1-4 DACB

四、七选五

1-5 GCAFD

五、简答题

1. People use the VR headsets to play the VR games or to lose themselves in virtual environments.
2. People turn to VR simply because it's easier and more enjoyable.
3. They are very likely to watch TV, which will make a worse influence on their emotions.
4. The author mentions the cows in Moscow again to echo the beginning and to stress that using VR cannot change the reality of our lives.

六、写作
参考范文

Dear friends,

With the development of society, more and more middle school students like to surf the Internet. But how can we use it correctly?

In my opinion, surfing the Internet can bring us both good effects and bad effects. As we know, we can get useful information that we need from it to help us study all kinds of subjects, and learn about current affairs both at home and abroad. In our spare time, we can also relax ourselves by enjoying music and movies. But on the other hand, some of us waste much of their time on the Internet. Some are even addicted to playing computer games. Schools and parents are worried about that if no measures are taken, things will be much worse, and some may commit a crime.

Each coin has two sides. So we must make proper use of the Internet.

Thanks for your listening!